

Doğrusal Olmayan Kontrol Sistemleri Laboratuvarı İçin Dört Deney

Necdet Sinan Özbek¹, Yusuf Buğday², Mehmet Önder Efe³

¹Elektrik ve Elektronik Mühendisliği
Çukurova Üniversitesi, Adana
nsinanozbek@gmail.com

²Elektrik ve Elektronik Mühendisliği
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
ybugday@etu.edu.tr

³Pilotaj Bölümü
Türk Hava Kurumu Üniversitesi, Ankara
onderefe@gmail.com

Özetçe

Kontrol mühendisliği eğitiminin en önemli bileşenlerinden biri kuramsal bilgilerin gerçek zamanlı deneylerle desteklenmesidir. Öğrencilerin daha yetkin ve donanımlı olmaları açısından bu bileşen fevkalade önem arz etmektedir. Bu çalışmada döner ters sarkaç sistemi, iki eksenli helikopter sistemi, esnek robot kolu gibi otomatik kontrol laboratuvarlarında yaygın olarak kullanılan bazı tipik düzenekler üzerinde doğrusal olmayan kontrol teknikleri ele alınmaktadır. Çalışmada geri adımlamalı kontrol, kayan kipli kontrol (KKK), pasiflik tabanlı kontrol, tekil uyarı kuramı (*singular perturbation theory*) tabanlı kayan kipli kontrol ve model dayanaklı kontrol yöntemlerini uygulayan deneyler ele tartışılmaktadır.

1. Giriş

Yazılım ve donanım alanındaki ilerlemeler kontrol mühendisliği eğitiminde bilgisayar destekli içerikleri yaygınlaştırmış ve kontrol mühendisliği eğitiminde yeni yöntem ve yaklaşımların oluşumuna zemin hazırlamıştır. Bilgisayar destekli modelleme ve tasarım yaklaşımı hızlı veri toplayan ve bu verileri hızlı değerlendiren bileşenlerin tanıdığı bilgi işlem olanaklarının yanı sıra yüklü veri depolama kabiliyetleri olan ve kimi zaman da internet bağlantısının getirdiği kolaylıklardan yararlanabilen, özünde öğrenmeyi olabildiğince hızlandıran ve görselleştiren etmenleri barındırmaktadır. Böylelikle öğrencilerin gerçekçi deneyler yapmaları sağlanabilmekte eğitsel hedeflere daha doğru biçimde erişilebilmektedir. Doğrusal olmayan kontrol konusu ise halen yeni tekniklerin keşfedildiği bir alan olmasının ötesinde, bazı uygulamalarda tasarımcının yaratıcılığını da talep eden bir konudur. Örneğin kararlılık analizi için standart Lyapunov fonksiyonu adaylarının çözümü kolaylaştırmadığı noktalarda isabetli bir seçim yapabilmek bu duruma bir örnektir. Her ne kadar doğrusal kontrol sistemleri için laboratuvar deneyi tasarlamak konunun olgunluğundan dolayı

görece kuralları daha iyi tanımlanmış olsa da aynı durum doğrusal olmayan kontrol sistemleri konusu için geçerli değildir. Bu bildirinin amacı da doğrusal olmayan kontrol sistemleri konusunda uzmanlaşmak isteyen öğrenci kitlesine ne tür deneylerin önerilebileceğini bir örnek kompozisyonla tartışmaktır. Doğrusal olmayan kontrol konusunun deneysel olarak öğrenilmesinde farklı enerji biçimlerini içeren süreçler kullanılabilir. Bu süreçlerin bazıları mekanik enerji boyutunda iken bazıları ise kimyasal, elektriksel, manyetik, ısı veya aerodinamik bileşenleri olan süreçlerdir. Pek çok üniversitede ise –genellikle ekonomik sebeplerden dolayı– mekanik sistemlerden oluşan deney düzenekleri göze çarpmaktadır. Bu sistemlerin tasarım ve gerçekleştirilmesi çeşitli düzeyde tez çalışmalarına konu olabilmekte ve bu sistemlerle ilgili ülkemizde de çeşitli düzeylerde yarışmalar düzenlenmektedir. Mekanik sistemler kara, hava veya suda çalışan insanlı/insansız robotlar, esnek sistemler, insansız robotlar, sarkaç sistemleri ve motorlar gibi temel başlıkları içermekte olup bir doğrusal olmayan kontrol laboratuvarı için ihtiyaç duyulan tüm temel niteliklere sahip örnekler içermektedir. Bu bildiri de döner ters sarkaç sistemi, çift rotorlu helikopter sistemi ve esnek bir kol sistemi üzerinde kurgulanan yöntemler tartışılmaktadır. Burada betimlenen tasarım, kuramsal altyapının verilmesini takiben uygulama safhasına geçmiş öğrencilere dönemin son dört veya beş haftasında önerilebilecek bir deneysel çalışmalar bütünü içermektedir. Buna benzer çalışmalar mevcut literatürde *telelab*, uzak laboratuvar, internet tabanlı etkileşimli öğrenme gibi farklı birçok başlık adı altında çeşitli içeriklerle ele alınmış olup hedef kitlesi genellikle lisans düzeyindeki öğrenciler ve doğrusal kontrol konularındadır, [1-4].

Bu bildiri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde çift rotorlu helikopter sisteminde geri adımlamalı kontrolü ele alınmakta, üçüncü bölümde döner ters sarkaç sisteminin kayan kipli denetimi incelenmekte, dördüncü bölümde ise pasifliğe dayalı kontrol yaklaşımı irdelenmektedir. Son deney ise esnek kol üzerinde gerçekleştirilen ve kipsel ayrışımaya dayalı kayan

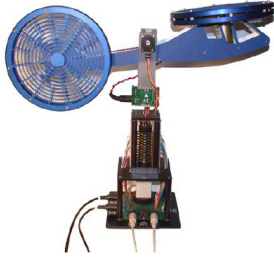
kipli kontrol uygulamasıdır. Sonuçlar ise bildirinin altıncı bölümünde değerlendirilmektedir.

2. İki Rotorlu Helikopter Sisteminin Geri Adımlama Yöntemi ile Kontrolü

İki eksenli (2E) helikopter düzeneği sahip olduğu doğrusalsızlıklar ve eksenler arası bağlaşım sebebiyle kontrol laboratuvarlarında sıkça kullanılan deney düzeneklerinden biridir. Lyapunov kararlılık ölçütünün basamaklı bir uygulaması olan adımlama tekniğinin iki eksenli helikopter sistemine uygulanması ile öğrenciler Lyapunov anlamında kararlı olan bir kontrolörün nasıl elde edileceğini öğrenirler [5-8]. Şekil 2’de görülen deney düzeneği sabitlenmiş bir taban üzerine kurulmuş, DC motorlar ile sürülen iki pervaneden oluşmaktadır ve kapalı çevrim denetiminin amacı ise istenen açıları sürdürebilmektir. Aşağıda sisteme ait dinamik denklemin standart gösterimi sunulmaktadır, [5].

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + B\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

Bu ifadede $q=x_1=[\theta \ \psi]^T$ dir ve $D(q)$, C , B ve G matrislerinin içerikleri bilinmektedir. Deneyin ilk safhası yukarıdaki nominal model ile gerçek sistemin cevaplarının karşılaştırılmasıdır. Matlab/Simulink ortamında hazırlanmış olan model ve sistem cevabı önceden seçilen ve tehlike yaratmayacak bazı açık çevrim uyaraları için deneye tabi tutulurlar.



Şekil 1: Helikopter modeli

Geri adımlama yöntemi belli biçimlerde gösterilebilen dinamik sistemlere uygulanabilir ve yöntemin felsefesi, her bir durum değişkeninin bir diğerini kararlılaştırma amacıyla kullanılmasıdır. Bu deneyde ele alınan sistem her bir eksene kumanda eden iki adet kontrol girdisi içerdiğinden her bir eksen için kontrolörü ayrı tasarlayacağız. Sisteme girdi olarak uygulanacak referans sinyali r_1 ve onun türevi r_2 olsun, yani $r_1=[\theta_d \ \psi_d]^T$ ve $\dot{r}_1 = r_2$ olsun. Burada r_2 'nin de türevlenebilir olduğu varsayılmaktadır. Bu tanımlamanın ardından, gerçekleştirmek istediğimiz izleme görevini bir kararlılaştırma problemine dönüştürecek olan iki adet ara değişkenin seçimini yapalım ve (3) ile verilen Lyapunov fonksiyonunu göz önüne alalım.

$$z_1 := x_1 - r_1 \quad (1)$$

$$z_2 := x_2 - r_2 - \Lambda \quad (2)$$

$$V_1 = 0.5z_1^T z_1, \quad \dot{V}_1 = z_1^T (z_2 + \Lambda) \quad (3)$$

Burada Λ değişkeni aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$\Lambda := -k_1 \text{sat}(z_1), k_1 := \text{diag}(k_{1,\theta} \quad k_{1,\psi}), \quad (4)$$

$$k_{1,\theta} > 0, k_{1,\psi} > 0$$

Λ seçiminde kullanılan $\text{sat}(z_1)$ terimi ise

$$\text{sat}(z_1) = \begin{cases} \varphi_h & z_1 > \varphi_h \\ z_1 & \varphi_l \leq z_1 \leq \varphi_h \\ \varphi_l & z_1 < \varphi_l \end{cases} \quad (5)$$

$$\varphi_l = \begin{bmatrix} \varphi_{l,\theta} \\ \varphi_{l,\psi} \end{bmatrix}, \quad \varphi_h = \begin{bmatrix} \varphi_{h,\theta} \\ \varphi_{h,\psi} \end{bmatrix}, \quad \varphi_{l,\theta} < 0, \quad (6)$$

$$\varphi_{l,\psi} < 0, \quad \varphi_{h,\theta} > 0, \quad \varphi_{h,\psi} > 0$$

ifadeleriyle tanımlanmıştır. Bu Λ seçimi sayesinde (3) eşitliği

$$\dot{V}_1 = -z_1^T k_1 \text{sat}(z_1) + z_1^T z_2 \quad (7)$$

biçimini alır. Geri adımlamalı kontrol yönteminin ilk adımı bu ifade ile tamamlanmış olmaktadır. Bu eşitlikte kararlılık çıkarsamasını engelleyen $z_1^T z_2$ terimi, tasarımın ikinci adımında kararlılığa uygun olacak şekilde düzenlenecektir. Şimdi tasarımın ikinci adımı için yeni Lyapunov fonksiyonu adayını aşağıdaki gibi seçelim.

$$V_2 = V_1 + 0.5z_2^T z_2 \quad (8)$$

Verilen bu eşitliğin zamana göre türevinin negatif olmasının sağlanması, ara değişkenler ile tasvir edilen koordinatlarda küresel kararlılığı garanti altına almaktadır. (8) eşitliği ile verilen Lyapunov fonksiyon adayının zamana göre türevi alınıp gerekli düzenlemeler yapılırsa,

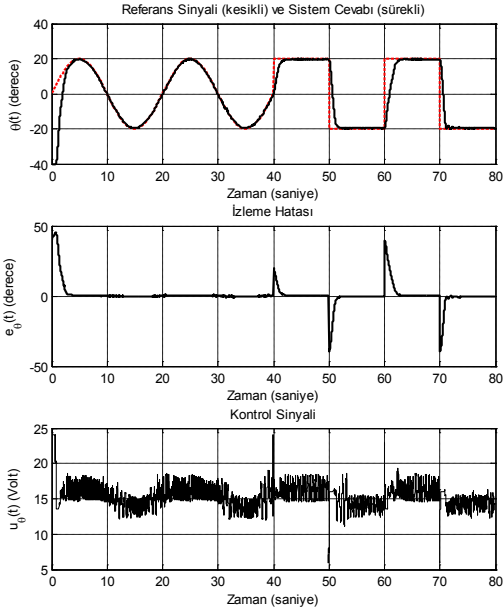
$$\dot{V}_2 = -z_1^T k_1 \text{sat}(z_1) + z_2^T (z_1 + f(\theta, \psi) + g(\theta)u - \dot{r}_2 - \dot{\Lambda}) \quad (9)$$

İfadesi elde edilir ki $(z_1 + f(\theta, \psi) + g(\theta)u - \dot{r}_2 - \dot{\Lambda})$ terimi $-k_2 z_2$ terimiyle eşitlenir ve bu eşitlik kontrol sinyali u için çözümlerse $k_2 := \text{diag}(k_{2,\theta} \quad k_{2,\psi})$, $k_{2,\theta} > 0$, $k_{2,\psi} > 0$ olmak üzere

$$u = g(\theta)^{-1} (-f(\theta, \psi) + \dot{r}_2 - k_2 z_2 - z_1 - \dot{\Lambda}) \quad (10)$$

ile ifade edilen kontrol kuralına ulaşılır. Görüldüğü üzere geri adımlamalı kontrol yaklaşımı ile iki adımlı bir kararlılaştırma stratejisi izlenmektedir. Yukarıdaki kontrol kuralında $g(\theta)$ 'nin tekil olmaması gereklidir ki bu durum olağan çalışma şartları altında ortaya çıkmamaktadır. Böylece analitik olarak gerekli tasarım aşamaları tamamlanmış olup geri adımlama yaparak arzu edilen kontrolör meydana getirilmiştir. Oluşturulan bu kontrolör Matlab/Simulink® ortamında Tablo 1 ile listelenen parametre tercihleri eşliğinde gerçekleştirilmiştir.

Verilen sonuçlardan görüleceği üzere, 2E helikopterin takip etmesi istenen yörüngeler her iki açı tarafından yeterli başarımla izlenmiştir. Yukarıda verilen kontrolör ve onun parametre ayarları ile yapılan referans izleme görevinin sonuçları yunuslama açısı için Şekil 2’de, dönme açısı için Şekil 3’de gösterilmektedir. Yaklaşımın deneysel başarımını tetkik etmek amacıyla sert geçişli referans sinyali de uygulanmış, sonuçlar başarılı bulunmuştur.



Şekil 2: Yunuslama açısının izlenmesi (üstte), izleme hatası (ortada), geri adımlamalı kontrolör tarafından üretilen kontrol sinyali (altta)

Tablo 1: Geri Adımlamalı Kontrolör İçin Önerilen Parametre Değerleri

Param.	Açıklama	Değer
$k_{1,\theta}$	Yunuslama açısı için z_1 'in katsayısı	3
$k_{1,\psi}$	Rota açısı için z_1 'in katsayısı	13
$k_{2,\theta}$	Yunuslama açısı için z_2 'nin katsayısı	40
$k_{2,\psi}$	Rota açısı için z_2 'nin katsayısı	15.4
$\phi_{l,\theta}$	Yunuslama açısı için $\text{sat}(z_1)$ 'in alt limiti	-0.1
$\phi_{l,\psi}$	Rota açısı için $\text{sat}(z_1)$ 'in alt limiti	-0.0175
$\phi_{h,\theta}$	Yunuslama açısı için $\text{sat}(z_1)$ 'in üst limiti	0.116
$\phi_{h,\psi}$	Rota açısı için $\text{sat}(z_1)$ 'in üst limiti	0.035

Öğrencilerin bu değerlerin dışında seçimler yapması ve seçimlerinin sonuçlara nasıl yansıdığına gözlemlenmesi önerilen deneyin son kısmını oluşturmaktadır.

2.Döner Ters Sarkacın Kayan Kipli Denetimi

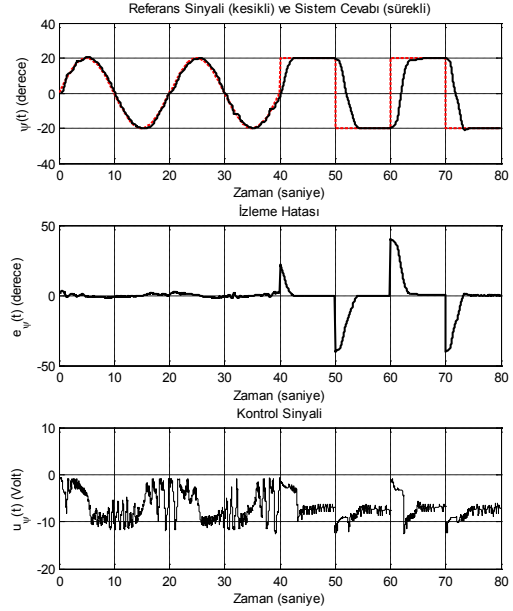
Şekil 4'de gösterilen döner ters sarkaç sistemi düşey yönde birer adet kararsız ve kararlı denge noktası barındırır ve kontrol problemi bu sistemi kararsız denge noktasında tutabilmektir. Sistemin davranışını betimleyen ifadeler Euler-Lagrange yaklaşımı ile (11) ifadesinde verilen biçimde elde edilir. Bu ifadede θ açısı motora bağlı kolun açısını gösterirken α açısı ise sarkacın düşeyle yaptığı açıyı simgeler.

$$0.0094\ddot{\theta} - 0.0045 \cos(\alpha)\ddot{\alpha} + 0.0045 \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 + 0.073\dot{\theta} = 0.1285V_m \quad (11)$$

$$0.0047\ddot{\alpha} - 0.0045 \cos(\alpha)\ddot{\theta} - 0.2054 \sin(\alpha) = 0$$

Doğrusal olan ve doğrusal olmayan kapalı çevrim kontrol sistemleri için iyi başarımı olan kontrol yöntemlerinden biri de kayan kipli kontroldür [9]. Bu yaklaşımda amaç durum uzayında ifade edilmiş çeker bir kayma yüzeyi aracılığı ile izleme hatasını ve türevini faz uzayının orijinine taşımaktır.

Kayma yüzeyine erişildikten sonra sistem bu yüzey üzerinde kalarak modelleme hataları, parametrik belirsizlikler ve diğer bozuculara karşı duyarsız hale gelir ve böylece gürbüz bir kontrolör elde edilmiş olur. Kayan kipli kontrol esasen doğrusal olmayan yapıdaki sistemin durum yörüngesini, tasarımcının seçmiş olduğu kayma yüzeyi üzerine taşımak ve sonraki zamanlarda durum yörüngesini bu yüzey üzerinde tutmak felsefesine dayanmaktadır.



Şekil 3: Rota açısının izlenmesi (üstte), izleme hatası (ortada), geri adımlamalı kontrolör tarafından üretilen kontrol sinyali



Şekil 4: Döner Ters Sarkaç Düzenegi

Sistemin kontrolü için (12)-(13) ifadelerindeki gibi iki adet kayma yüzeyi tanımlayacağız. Sistem eksik eyletimli olduğu için karma büyüklüğü ise (14)'de olduğu gibi bu değişkenlerin karışımından elde edeceğiz. Denklem (15) ile verilen erişme kuralının sağlayan kontrol sinyalinin uygulanması ile s_T değişkeni sıfıra zorlanır, sarkaç tepe noktasından uygun bir açılal hızla geçerken etkinleşen kontrol kuralı sistemi denge noktası etrafında tutar.

$$s_\alpha = \dot{\alpha} + c_1\alpha \quad (12)$$

$$s_\theta = \dot{\theta} + c_2\theta \quad (13)$$

$$s_T = s_\alpha + c_3s_\theta \quad (14)$$

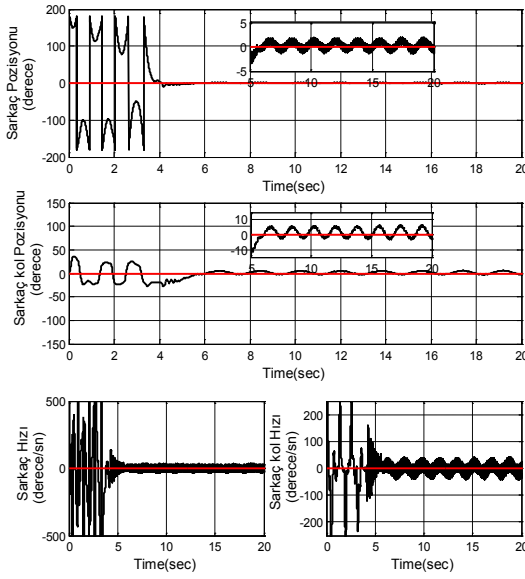
$$\dot{s}_T := -k_1 \operatorname{sgn}(s_T) \quad (15)$$

Kontrol kuralı ile ilgili değişkenler için örnek bir seçim Tablo 2’de verilmiştir. Bu deneyin gerçekleştiren öğrenciler farklı parametre değerlerinin başarımlarına etkisini inceler ve kapalı çevrim sisteminin dayanıklılığı (bozululara karşı gürbüzlüğü) artarken kontrol sinyalinin de bundan olumsuz yönde etkilendiğini deneysel olarak belirlerler.

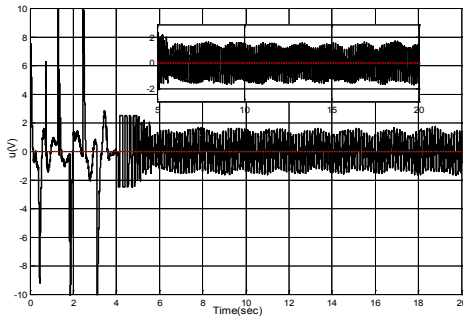
Tablo 2: Kayan Kipli Kontrolör Parametreleri

Param.	Değer
k_1	1.7
c_3	1.9
c_2	4
c_1	13

Döner ters sarkaç sisteminin kayan kipli denetimi esnasında elde edilen gerçek zamanlı veriler Şekil 5’de, kontrol sinyali ise Şekil 6’da gösterilmektedir. Sistem pozitif geri beslemeli bir PD kontrolör ile önce kararsız biçimde çalıştırılarak denge noktasına savrulması sağlanmakta, ardından kayan kipli denetleyici sistemi denge noktası etrafında tutmaktadır. Kalkış evresinin yaklaşık 4 saniye sürdüğü sonuçlardan da açıkça anlaşılabilir.



Şekil 5: Sistem durumlarının zamanla değişimi



Şekil 6: Kayan kipli kontrolörün ürettiği denetim sinyali

4.İki Eksenli Helikopter Sisteminin Pasiflik Tabanlı Kontrolü

Üçüncü kontrol yöntemi, değişik birçok alanda çalışılan ve sistemler için temel bir özellik olma niteliği taşıyan pasiflik konusunu irdelemektedir. Pasiflik yaklaşımının kontrol teorisi alanındaki uzantısı pasiflik tabanlı kontroldür. Pasiflik kavramı, geri adımlama ve kayan kipli kontrol için gerekli temel bazı öğretileri de içerisinde barındırmaktadır. Pasifliğin, geri beslemeli kontrol teorisinde geniş bir içerik oluşturabilecek kadar çok uygulamaları vardır. Lyapunov kararlılık kuramı ile olan yakın ilişkisi, pasiflik tabanlı kontrol sistemlerinin fevkalade tutarlı bir zemin üzerine oturduğunu göstermektedir. Bu kontrol yaklaşımının felsefesi pasiflik, sıfır durum gözlenebilirliği ve Lyapunov kararlılığı üzerine kuruludur. Pasiflik tabanlı kontrolde kullanılan depolama fonksiyonunu Lyapunov fonksiyonu adayı olarak da düşünülerek bir kararlılık kuralı elde edilmesine ek olarak sistem için sıfır durum gözlenebilirliği şartlarının yerine getirilmesiyle, durum uzayının orijininin kararlı olduğu ifade edilebilir. Sistem denklemlerini aşağıdaki gibi yazalım.

$$(J_p + m_h l_{cm}^2) \ddot{\theta} = K_{pp} V_p + K_{py} V_y - B_p \dot{\theta} - m_h l_{cm}^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\psi}^2 - m_h g l_{cm} \cos \theta$$

$$(J_y + m_h l_{cm}^2 \cos^2 \theta) \ddot{\psi} = K_{yp} V_p + K_{yy} V_y - B_y \dot{\psi} - 2m_h l_{cm}^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi}$$

Yukarıda K_{pp} değişkeni deneysel olarak şöyle ifade edilmektedir:

$$K_{pp}(\theta) = -9.535 \cdot 10^{-6} \theta^2 - 7.281 \cdot 10^{-4} \theta + 0.1624$$

$q_d := [q_{d,\theta} \ q_{d,\psi}]$ istenen pozisyonları belirtmek üzere izleme hatasını (16) ifadesindeki gibi seçelim.

$$q_e = q - q_d \quad (16)$$

Hata terimi göz önünde bulundurularak yukarıda verilen sistem dinamiği aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$D(q) \ddot{q}_e + C(q, \dot{q}) \dot{q}_e + B \dot{q}_e + K_p q_e = \xi \quad (17)$$

$$\tau := G(q) + D(q) \ddot{q}_d + C(q, \dot{q}) \dot{q}_d + B \dot{q}_d - K_p q_e + \xi \quad (18)$$

K_p 2×2 kesin pozitif bir matris olmak üzere ξ ifadesi kontrol sinyalinin ifadesini (19) denklemindeki gibi türetmemizi sağlamaktadır.

$$\xi := C \dot{q}_e + B \dot{q}_e - \frac{1}{2} \dot{D} \dot{q}_e + v \quad (19)$$

$$V := \frac{1}{2} \dot{q}_e^T D \dot{q}_e + \frac{1}{2} q_e^T K_p q_e \quad (20)$$

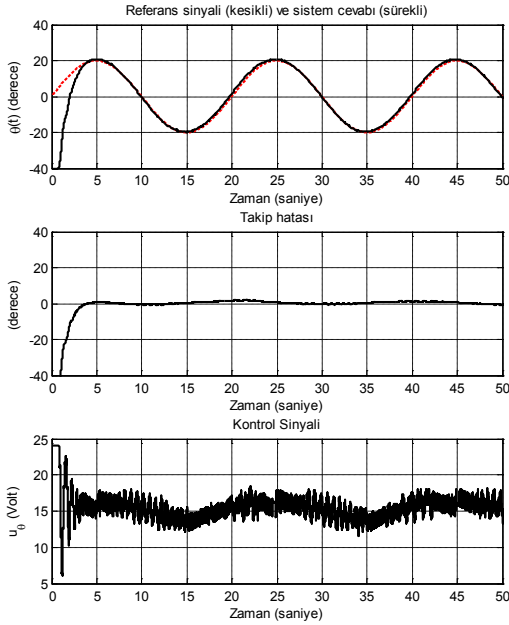
Yukarıda v değişkeni fiktif bir kontrol sinyalini simgelemekte, Depolama fonksiyonu V 'nin zamana göre türevi ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$v = -K_d \dot{q}_e ; K_d = \operatorname{diag}(K_{d,q}, K_{d,y}), K_d > 0 \quad (21)$$

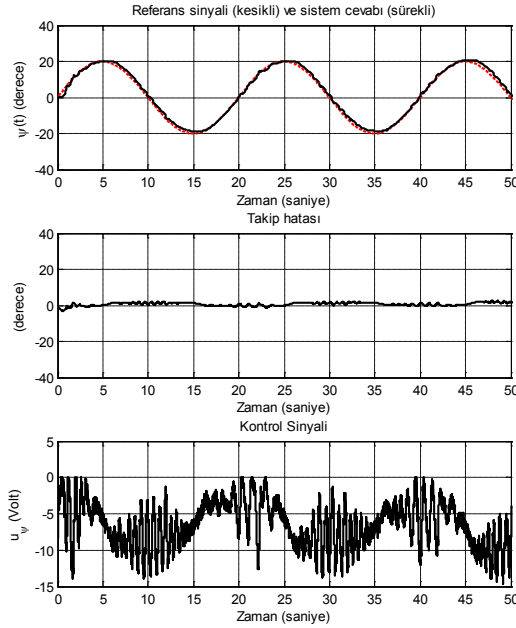
ξ daha sonra belirlenecek bir kontrol terimi ve K_p bir katsayılar matrisi olmak üzere pasiflik tabanlı kontrolörü oluşturulmak amacıyla aşağıdaki depolama fonksiyonunu seçip bu fonksiyonun zaman göre türevine bakarsak (23) ifadesi elde edilir.

$$V := \frac{1}{2} q_e^T K_p q_e + \frac{1}{2} \dot{q}_e^T D \dot{q}_e \quad (22)$$

$$\dot{V} = \dot{q}_e^T \left(\xi - C\dot{q}_e - B\dot{q}_e + \frac{1}{2}\dot{D}\dot{q}_e \right) \quad (23)$$



Şekil 7: Yunuslama açısının izlenmesi (üstte), izleme hatası (ortada), pasiflik tabanlı kontrolör tarafından üretilen kontrol sinyali (altta)



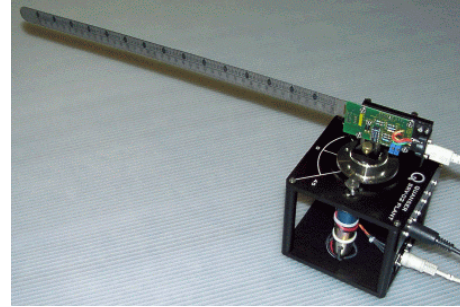
Şekil 8: Rota açısının izlenmesi (üstte), izleme hatası (ortada), pasiflik tabanlı kontrolör tarafından üretilen kontrol sinyali (altta)

Gerçek zamanlı uygulama için $K_p = \text{diag}(5,10)$, $K_d = \text{diag}(5,3)$ olarak seçilmiştir. Bu parametre değerleri eşliğinde, pasiflik tabanlı kontrol kuralı ile Şekil 7'de ve Şekil 8'de gösterilen

deneysel sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre helikopter sistemi istenen değerleri tutarlı bir şekilde takip edebilmiştir. Bu deneyin eğitsel hedefi öğrencilere pasiflik kavramını ve pasifliğe dayalı kontrol sistemlerinin sentezini tanıtmaktır. Lyapunov kararlılık kuramı ile sıkı biçimde ilişkili olan pasiflik konusu ve depolama fonksiyonuna dayalı bir gürbüz denetleyici sentezlenmiştir. Öğrenciler parametre değerlerini ve referans sinyallerini değiştirerek sistemin başarımını gözlemleyeceklerdir.

5. Esnek Robot Kolunun Kontrolü

Fiziksel niteliklerinden dolayı esnek kol sistemleri kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilirler ve Şekil 9'daki gibi bir esnek kol için hareketin merkezindeki motorun sağladığı tork sınırlama koşulu yaratır. Bu tür sistemler sonsuz boyutlu sistem kuramı içinde incelenmekte ancak indirgenmiş modeller de basit kontrol sistemi tasarımında oldukça faydalı olabilmektedir. Literatürde sıkça ele alınan esnek kol sisteminin doğrusal olmayan kontrol sistemleri laboratuvarı deneyi olarak ele alınmasının temel nedeni öğrencilere sistem dinamiğindeki hızlı ve yavaş değişen kipleri tanıtmak, bu kipler üzerinden kapalı çevrim kontrol sisteminin tasarımını öğretmektir, [10-13].



Şekil 9: Esnek kol düzeneği

Esnek kol sistemine ait dinamik denklemler Euler-Lagrange yaklaşımı ile (24)'deki gibi yazılabilir ve sayısal değerlerin de kullanımıyla (25)-(26) denklemlerine ulaşılır.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + Kq + F(q, \dot{q}) = B(q)u \quad (24)$$

$$0.0023\ddot{\theta} + 0.0031(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) = T_{out} - 0.004\dot{\theta} \quad (25)$$

$$0.0031(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + 1.1175\alpha = 0 \quad (26)$$

Burada sayısal değerler aşağıdaki gibidir.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0054 & 0.0031 \\ 0.0031 & 0.0031 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0.2107 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.115 \end{bmatrix}$$

$$H(q) = D^{-1}(q), \quad q = \begin{bmatrix} q_r \\ q_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_r \\ B_f \end{bmatrix}$$

Sistem davranışında hızlı ve yavaş kipler olduğu için kontrol kuralını da her iki cevap türünün gerektirdiği nitelikleri barındıran, aşağıdaki gibi iki terimli biçimde seçeceğiz.

$$u = \hat{u}(\theta, \dot{\theta}) + \tilde{u}(\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2) \quad (27)$$

Tekil bozucu teoreminin kullanılması ile sistem yavaş ve hızlı hareket eden durum değişkenlerine ayrılmış ve yeni sistem denklemleri (28) ve (29) ile gösterilmiştir.

$$\ddot{\theta} = D_{11}^{-1}[B_1\hat{u} - C_{11}\dot{\theta} - F_1] \quad (28)$$

$$\hat{\psi} = K_{22}^{-1}H_{22}^{-1}(B_2^1\hat{u} - V_{21}\dot{\theta} - H_{21}F_1) \quad (29)$$

Bu ifadelerdeki durum değişkenleri aşağıdaki gibi seçilmektedir.

$$\frac{d\phi_1}{dT} = \phi_2 \quad (30)$$

$$\frac{d\phi_2}{dT} = -H_{22}K_{22}\phi_1 - C_{22}^{-1}\mu\phi_2 - B_2^1\tilde{u} \quad (31)$$

$$\phi_1 = \psi - \hat{\psi} \quad (32)$$

$$\phi_2 = \mu\dot{\psi}, \mu^2 = \gamma_m^{-1} \quad (33)$$

Yavaş durum değişkenleri için tasarlanması düşünülen kayan kipli kontrol yüzeyi ve değişkenleri (34) ifadesinde belirtilmektedir.

$$\dot{e}_f = \dot{q}_d - \lambda e \quad (34)$$

$$e = \hat{q}_r - q_d, \quad (35)$$

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (36)$$

Yavaş alt sistemin kontrolü (37) ile verilmektedir.

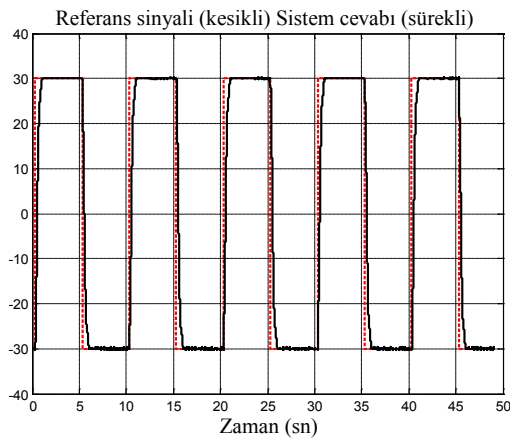
$$\hat{u} = B_1^{-1}[D_{11}\ddot{e}_f + C_{11}\dot{e}_f + F_1] - sat(5s) \quad (37)$$

Hızlı alt sistemde bulunan titreşimleri engellemek amacıyla doğrusal optimal kontrolör kullanılmış, maliyet fonksiyonu ve ağırlık matrislerinin değerleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$J = \int (\phi^T Q \phi + \tilde{u} R \tilde{u}) dt \quad (38)$$

$$Q = \text{diag}(100, 500, 1, 0), R = 2, K = [2.35 \quad 0.5] \quad (39)$$

Bu değerlerin yanında $\lambda = 5$ ve $\mu = 0.046$ seçilmiş, Şekil 10'da gösterilen sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 10: Esnek kol düzeneğinin uç pozisyonunun (derece biriminde) zaman göre seyri

Şekil 10'da verilen sonuçlara göre kontrolör çok daha uzun süre sürmesi beklenen salınımları bastırabilmekte, kolun uç pozisyonunu istenen noktada tutabilmektedir. Esnek kolun sergileyeceği salınımları tetikleyebilmek için bu deneyde süresiz bir referans yörünge seçilmiştir.

6. Sonuçlar

Önerilen doğrusal olmayan kontrol sistemleri laboratuvarında çalışma yapan öğrencilerin başarılarını değerlendirmek için çeşitli etmenler tanımlanabilir. Bu etmenler deney öncesi modelleme, benzetim çalışmalarını kapsayabileceği gibi deney esnasında modelin doğrulanması, nominal değerlerle alınması gerekli sonuçların doğrulanması ve parametre değişikliklerinin etkilerinin irdelenmesi olabilir. Bu bildiride dört deneye ait temel bilgiler ve deneysel olarak doğrulanmış bulgular öz olarak verilmiş ve kuramsal bilgilere eşlik edecek bir dizi deneysel çalışmanın nasıl olabileceğine dair bir öneride bulunulmuştur. Mevcut fiziksel olanaklara çok bağımlı olan laboratuvar ve deney tasarımı konusu eğitsel hedeflerle birlikte düşünüldüğünde dikkatle çözüm bekleyen bir tasarım problemidir, bu bildirinin katkısı ise bu tasarım problemine pek çok ara basamakları atlayarak da olsa örnek bir çözümün tanımlanmasıdır.

7. Kaynakça

- [1] Duan, B., Ling, K-V., Mir, H., Hosseini, M. and Gay, R.K.L., 2005. An Online Laboratory Framework for Control Engineering Courses, *Int.l J. of Eng. Educ.*, Cilt:21, No:6, s:1068-1075
- [2] Casini, M. vd. "The Automatic Control Telelab: A User Friendly Interface for Distance Learning" *IEEE Tran. on Education*, Cilt:46, No:2, s:252-257
- [3] Ugur, M., Savas, K. "An internet-based real-time remote control laboratory for control education" *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, Cilt:2, s:5271-5275
- [4] Buğday Y., Efe, M.Ö., "A Set of Computer Aided Automatic Control Experiments for Undergraduate Students," *Computer Applications in Engineering Education*, (DOI: 10.1002/cae.20472)
- [5] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., & Kokotovic, P. V. *Nonlinear and adaptive control design*. New York ; Chichester: Wiley, 1995
- [6] Khalil, H.K., 2002. *Nonlinear systems*, Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall L
- [7] Slotine, J.J., Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall
- [8] Quanser Inc. Quanser 2 DOF Helicopter User and Control Manual Revision 1. 119 Spy Court Markham, Ontario L3R 5H6 Canada
- [9] Young, K.D., Utkin, V.I. ve Özgüner, Ü. 1999. A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, *IEEE TCST*, Cilt:7, No:3, s:328-342
- [10] Bridges, M. M., Dawson, D. M. & Abdallah, C. T.. Control of Rigid-Link, Flexible-Joint Robots - a Survey of Backstepping Methods. *Journal of Robotic Systems*, Cilt:12, s:199-216, 1995
- [11] Alessandro De Luca ve Bruno Siciliano, "Trajectory control of a nonlinear one-link flexible arm" *International Journal of Control*, Cilt:50, No:5, s:1699-1715, 1989
- [12] J.F.P.Solis, G.S.Navarro, R.C. Linares "Modelling and Tip Position Control of a Flexible Link Robot: Experimental Results" *Computation Systems*, Cilt:12, No:4, s:421-435, 2009
- [13] P. Kokotovic, H. K. Khalil, and J. O'Reilly *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*.