

# Uyarlamalı Kayma Kipli Denetimde Denetim Hatası Tahmini

Mehmet Önder Efe  
Collaborative Center of Control Science  
Electrical Engineering Department, The Ohio State University  
Columbus, OH43210, U.S.A.

## Özet

Bu çalışmada kayma kipli denetimde denetim hatası üretimi sunulmaktadır. Yöntem, faz uzayında planlanan kayma rejiminin elde edilebilmesi için doğrusal bir denetleyicinin parametrelerinin ne şekilde uyarlanması gerektiğini belirlemektedir. Denetim altındaki sistem dinamiğinin bilinmediği ancak planlanan rejimin erişilebilir olduğu varsayılmaktadır. Benzetim sonuçları ve işlemsel karmaşıklık ile ilgili müspet bulgular uyumlu ve bildirinin analitik iddialarını doğrular yöndedir.

## 1. Giriş

Kayma kipli denetleyicilerin izleme hatası vektörünü faz uzayı orijinine iki evrede sürdüğü bilinen bir gerçektir. Bunlar erişim kipi ve kayma kipi olarak adlandırılmaktadır. Kesinsizliklerin uyum koşullarını sağladığı durumlarda denetim sistemi bozucu etkenlere karşı dayanıklı olmakta ve bu dayanıklılığın sınırları fiziksel koşullar tarafından belirlenmektedir.

Esnek yapılarda parametre güncellenmesi işleminin Kayma Kipli Denetim (KKD) ile yapılmasına yönelik ilk çalışmalar Sanner ve Slotine [1992], ve Sira-Ramirez ve Colina-Morles [1995] tarafından yapıldı. Bu çalışmaların sonuçları, geniş bir kitleye öncü oldu ve Hsu ve Real [1997, 1999] KKD tabanlı Gauss ağırları eğitimi, Yu, Zhihong ve Rahman [1998] dinamik belirsizlik sınırı uyarlamasını ve Parma, Menezes ve Braga [1998] ileri sürümlü yapay sinir ağırları için eğitim stratejilerini geliştirdiler. Yakın geçmişte ise dinamik parametrelili süzgeç nöronları [Sira-Ramirez 2000], ve denetleyici parametrelerinin uyarlanması [Efe 2000] ele alındı. Bu konuda geniş çaplı bir araştırma [Kaynak 2001] kaynağında bulunabilir.



Hedef işaretlerin var olduğu durumlarda tasarım birçok açıdan basitleşse de denetim sistemlerinin doğası gereği hedef işaretin bilinmiyor olması denetleyicinin her bir anda ne kadar hata yaptığına dair bir kritik geliştirilmesini ve uyarlamada bu kritiğin kullanılmasını zorunlu kılmaktadır. Bu bildirinin literatüre katkısı ise bahsedilen hata ölçütünün ne şekilde kurulabileceği üzerine analitik bir çözüm sunmasıdır.

İkinci bölümde denetim sistemi yapısı, üçüncü bölümde özetçe KKD, dördüncü bölümde ise hata ölçütü tanıtılmaktadır. Parametre güncelleme kuralı beşinci bölümde, benzetim sonuçları altıncı bölümde ve sonuçlar ise yedinci bölümde sunulmaktadır.

## 2. Denetim Sisteminin Yapısı

(1) denklemleri ile verilen doğrusal olmayan ve zamanla değişen sistem ele alınsın. Sistem  $n$  adet alt-sistemden müteşekkil ve  $i$ . alt-sistemin derecesi  $r_i$  dir. Sistemin durum vektörü  $\underline{\theta} = [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dots \quad \theta_1^{(r_1-1)} \quad \dots \quad \theta_n \quad \dot{\theta}_n \quad \dots \quad \theta_n^{(r_n-1)}]^T$  ve giriş vektörü  $\underline{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \dots \quad \tau_n]^T$  dir.

$$\theta_i^{(r_i)} = f_i(\underline{\theta}, t) + \sum_{j=1}^n d_{ij}(t) \tau_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Yukarıdaki sistem, daha öz bir biçimde şöyle tanımlanabilir:  $\dot{\underline{\theta}} = \underline{F}(\underline{\theta}, t) + D(t) \underline{\tau}$ . Burada  $m = \sum_{i=1}^n r_i$ ,  $\underline{F}(\underline{\theta}, t)$  vektör fonksiyonu  $m \times 1$ ,  $D(t)$  ise  $m \times n$  boyutludurlar.  $f_i(\underline{\theta}, t)$  elemanlarının bilinmediği varsayıldığı için  $\underline{F}(\underline{\theta}, t)$  içerisinde  $m$  elemandan  $n$  tanesi bilinmemektedir. Diğer yandan  $d_{ij}$  elemanlarının (ya da  $D(t)$  matrisinin) bilindiği varsayılmaktadır. Tasarımın amacı sistemin durum vektörünü istenen bir yörüngeye ( $\underline{\theta}_d$ ) sürmektir ancak hangi denetim işaretinin istenen rejimi oluşturacağı  $\underline{F}(\underline{\theta}, t)$  vektör fonksiyonunun tam olarak bilinmiyor olmasından dolayı bilinmemektedir. Bu yüzden çözümün iteratif olarak öğrenen bir denetleyici ile sentezlenmesi olası en uygun yaklaşım olacaktır. Şekil 1'de denetim sistemi ayrıntılı olarak gösterilmiştir. Şekildeki denetleyicinin  $n$  adet ayrı alt-denetleyicilerden oluştuğu düşünülürse her bir alt-denetleyici ilgili alt-sistem durum izleme hatası ile uyarılacak ve denetim vektörünün ( $\underline{\tau}$ ) ilgili girdisini oluşturacaktır. Yani  $e_i^{(j)} = \theta_i^{(j)} - \theta_{d_i}^{(j)}$  olacaktır ki bu  $e_i$  değerinin zamana göre  $j$ . türevidir.







Yukarıdaki denetim işaretinin varlığı  $GD$  matrisinin tam rank olmasına bağlıdır. Bu denetim işareti ile hata vektörü kayma yüzeyine sonlu zamanda çarpacak ve yüzey dinamiğinin öngördüğü biçimde faz uzayının orijinine ulaşacaktır [Utkin 1992]. Yukarıdaki denetim işaretinin hesaplanabilmesi için  $F(\underline{\theta}, t)$  teriminin bilinmesi gerekmektedir. Bir sonraki bölümde bu konu üzerinde durulmaktadır.

#### 4. Denetim Hatasının Hesaplanması

Yukarıda (4) denkleminde verilen denetim işaretinin uygulanması sonucunda gözlenen değişkenler  $*$  üstsimgesi ile (örneğin  $\underline{\tau}^*$ ), herhangi bir denetim işareti için gözlenen değişkenler ise  $'$  üstsimgesi ile (örneğin  $\underline{\tau}'$ ) gösterilsin. Böylelikle amaç,  $\underline{\theta}'(0) = \underline{\theta}^*(0)$  şartı altında  $\underline{\tau}' \rightarrow \underline{\tau}^*$  yakınsamasının nasıl elde edileceğini göstermek olacaktır.

Sisteme  $\underline{\tau}'$  uygulandığında istenen cevap kapalı çevrimde  $\underline{s}'^T \underline{s}' = -\underline{s}'^T \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}')$  denklemini sağlamalıdır, yani

$$\underline{\dot{s}}' = -G\dot{\underline{\theta}}_d + G(F(\underline{\theta}', t) + D(t)\underline{\tau}') \quad (5)$$

İstenen yörünge her iki durumda da aynı olduğundan, (4) denkleminde  $G\dot{\underline{\theta}}_d$  terimini çekip (5) denkleminde yerleştirmek suretiyle aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\underline{\dot{s}}' = GD(t)(\underline{\tau}' - \underline{\tau}^*) + G(F(\underline{\theta}', t) - F(\underline{\theta}^*, t)) - \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}^*) \quad (6)$$

Hata ölçütü  $\underline{s}_c \triangleq \underline{\tau}' - \underline{\tau}^*$  şeklinde, fonksiyonel uyumsuzluk ise  $\underline{\Delta F} \triangleq F(\underline{\theta}', t) - F(\underline{\theta}^*, t)$  şeklinde tanımlanırsa  $\xi \operatorname{sgn}(\underline{s}')$  terimini (6) denkleminin her iki tarafına eklemek (7) denklemindeki ifadeyi verecektir.

$$\underline{\dot{s}}' + \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}') = GD(t)\underline{s}_c + G\underline{\Delta F} - \xi(\operatorname{sgn}(\underline{s}^*) - \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \quad (7)$$

Yukarıdaki denklemde gizli bazı ilişkiler aşağıdaki şekilde ortaya çıkarılabilir:



$$\underline{s}_c \rightarrow \underline{0} \Leftrightarrow \underline{\tau}' \rightarrow \underline{\tau}^* \Leftrightarrow \begin{cases} (GD(t))^{-1}(\underline{s}' + \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \rightarrow \underline{0} \\ & \& \\ (GD(t))^{-1}(G\underline{\Delta F} - \xi(\operatorname{sgn}(\underline{s}^*) - \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \rightarrow \underline{0} \end{cases} \quad (8)$$

$$(GD(t))^{-1}(\underline{s}' + \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \rightarrow \underline{0} \Leftrightarrow \underline{\tau}' \rightarrow \underline{\tau}^* \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{s}_c \rightarrow \underline{0} \\ & \& \\ (GD(t))^{-1}(G\underline{\Delta F} - \xi(\operatorname{sgn}(\underline{s}^*) - \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \rightarrow \underline{0} \end{cases} \quad (9)$$

(7) denklemi ile verilen ilişkiye ve (8)-(9) denklemlerindeki çıkarsamalara bakılarak  $\underline{s}_c \triangleq \underline{\tau}' - \underline{\tau}^*$  olarak tanımlanan denetim hatası için uygun bir tahminin  $\hat{\underline{s}}_c = (GD(t))^{-1}(\underline{s}' + \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}'))$  şeklinde yapılabileceği görülür. Her ne kadar  $\underline{s}_c$  ve  $\hat{\underline{s}}_c$  birbirlerinden değerce biraz farklı olmalarına rağmen hem  $\hat{\underline{s}}_c \rightarrow \underline{0}$  yakınsamasının hem de  $\underline{s}_c \rightarrow \underline{0}$  yakınsamasının davranışsal ardılları birbirine denktir, yani  $\underline{s}' \rightarrow \xi \operatorname{sgn}(\underline{s}')$  ilişkisi ortaya çıkacaktır. Eğer bir uyarlama algoritması, denetleyici parametrelerini  $\hat{\underline{s}}_c \rightarrow \underline{0}$  yakınsamasını zorlayacak şekilde değiştirirse yukarıdaki ilişkilerden dolayı  $\underline{\tau}' \rightarrow \underline{\tau}^*$  ve  $\underline{s}' \rightarrow \underline{s}^*$  sonuçları gözlenecektir. Burada tasarımcının dikkat etmesi gereken husus ise her bir denetim periyodunda denetim hatası üzerindeki kesinsizliğin  $\underline{s}' \neq \underline{s}^*$  olduğu sürece  $G\underline{\Delta F} - \xi(\operatorname{sgn}(\underline{s}^*) - \operatorname{sgn}(\underline{s}')) \neq \underline{0}$  olmasından kaynaklanacağıdır. Bu ise  $\underline{F}(\underline{\theta}, t)$  vektör fonksiyonunun bilinmemesinden dolayıdır.

## 5. Denetleyici Parametrelerinin Uyarlanması

Sistem  $n$  alt-sistemden oluştuğu için  $n$  adet alt-denetleyici kullanılacaktır. Bu çalışmada seçilen  $i$ . alt-denetleyicinin giriş-çıkış ilişkisi  $\tau_i' = \underline{\phi}_i^T \underline{\Omega}_i$  ile verilmektedir. Burada  $\underline{\Omega}_i = [e_i' \quad \dot{e}_i' \quad \dots \quad e_i'^{(n-1)} \quad 1]^T$  uyarı vektörü,  $\underline{\phi}_i$  ise uyarlanabilir parametre vektörüdür. Fiziksel gerçeklik ile uyum içerisinde olmak için  $\|\underline{\phi}_i\| \leq B_{\phi_i}$ ,  $\|\dot{\underline{\Omega}}_i\| \leq B_{\dot{\underline{\Omega}}_i}$  ve  $|\dot{\tau}_i^*| \leq B_{\dot{\tau}_i^*}$  sınırlılık koşulları öngörülmektedir.

**Teorem:** (1) denklemi ile verilen ve Şekil 1'deki geribesleme çevrimi içerisindeki sistemin  $i$ . alt-sistemine ait denetleyici  $\tau_i' = \underline{\phi}_i^T \underline{\Omega}_i$  ilişkisi ile verildiği takdirde denetleyici parametrelerinin (10)



denklemindeki gibi uyarlanması denetim hatası vektörünün  $i$ . elemanını ( $s_{c_i}$ ) sıfıra yakınsamaya zorlar.

$$\dot{\underline{\phi}}_i = -\frac{\underline{\Omega}_i}{\underline{\Omega}_i^T \underline{\Omega}_i} k_i \text{sgn}(s_{c_i}) \quad (10)$$

Yukarıda  $k_i$  kazancı  $k_i > B_{\phi_i} B_{\dot{\Omega}_i} + B_{\tau_i}^*$  eşitsizliğini sağlayan yeterince büyük bir pozitif değere sahiptir. (10) denklemindeki uyarlama kuralı  $s_{c_i}$  değişkeninin keyfi bir ilk değerinin  $t_{hi}$  ile gösterilen sonlu zaman içerisinde sıfıra ulaşacağını garanti eder ki bu değer (11) eşitsizliğini sağlar.

$$t_{hi} \leq \frac{|s_{c_i}(0)|}{k_i - (B_{\phi_i} B_{\dot{\Omega}_i} + B_{\tau_i}^*)} \quad (11)$$

*İspat:* İlgili ispat [Efe 2000, Sira-Ramirez 2000] kaynaklarında mevcuttur.

Bu teoremin önemli bir sonucu denetleyici parametrelerinin sonlu bir uzay içerisinde evrimleşeceğidir ki bu daha önceden ispatsız olarak varsayılmıştı. Sınırlı evrimleşme ispatı [Yu 1998] ve [Efe 2000] kaynaklarında bulunabilir.

Bir önceki bölümde tanıtılan tahmini hata ölçütüne bağlı olarak (10) denklemindeki hata ölçütü için iyi bir tahmin olan  $\hat{s}_c = (GD(t))^{-1}(\underline{s}' + \xi \text{sgn}(\underline{s}'))$  değeri hesaplanacak ve kullanılacaktır.

## 6. Benzetim Çalışması

Bu bölümde, daha önce Roy ve Olgaç [1997] ve Yılmaz ve Hürmüzlü [2000] tarafından çalışılmış 3. dereceden bir sistem için KKD ele alınmaktadır. Sistem dinamiği (12) ile verilmektedir.

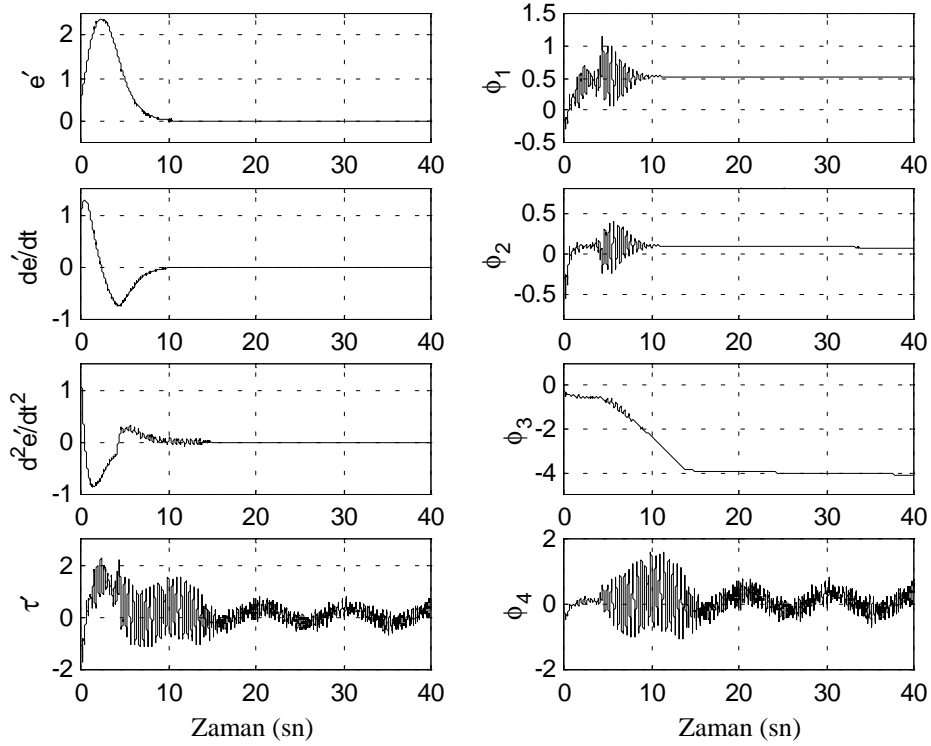
$$\begin{aligned} \theta^{(3)} = & -0.5\theta - 0.5\dot{\theta}^3 - 0.5\ddot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| + (1 + 0.1\sin(\pi t/3))\tau + \kappa_1(t) + \kappa_2(t) + \\ & (-0.05 + 0.25\sin(5\pi t))\theta + (-0.03 + 0.3\cos(5\pi t))\dot{\theta}^3 + (-0.05 + 0.25\sin(7\pi t))\ddot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| \end{aligned} \quad (12)$$



Yukarıda  $\kappa_1(t)=0.2\sin(4\pi t)$  terimi, bahsedilen yazarlar tarafından bozucu etken olarak tanımlanmış,  $\kappa_2(t)$  ise sıfır ortalamalı Gauss dağılımlı gözlem gürültüsü olarak tanımlanmıştır. Gürültü terimi, durum değişkenlerini toplamsal olarak etkilemekte, standart sapması 0.00025 ve her üç durum değişkeni için de değerleri  $\pm 0.001$  aralığındadır.

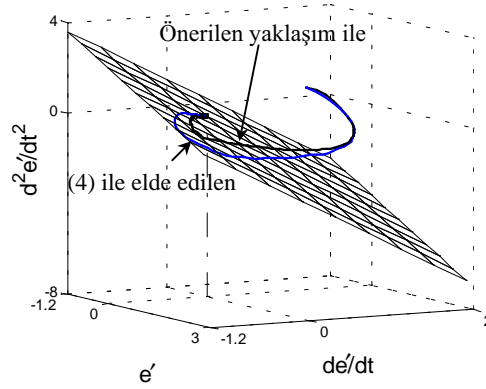
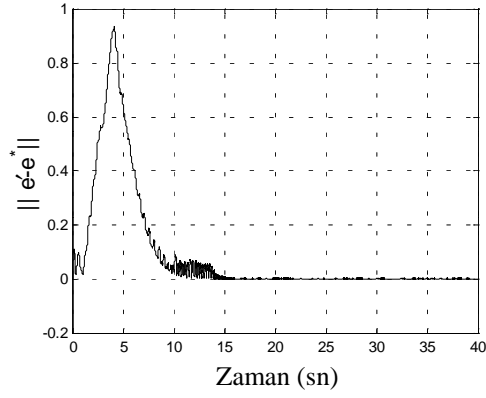
Denetleyici giriş vektörü  $\underline{\Omega}_i = [e'_i \quad \dot{e}'_i \quad \ddot{e}'_i \quad 1]^T$  dir ve parametrelerin ilk değerleri sıfırdır. Sistem tek bir alt-sistemden müteşekkil ve 3. derecedendir ( $n=1$  ve  $r_1=3$ ). Tasarım parametreleri olarak  $G = [1 \ 2 \ 1]^T$ , (yani  $\lambda_1 = 1$ ),  $k_1 = 10$  ve  $\xi = 1$  seçilmiştir. İstenen yörünge  $\theta_d = 0.5\cos(\pi t/5)$  ile verilmiş olup  $\dot{\theta}_d(0) = 0$ ,  $\ddot{\theta}_d(0) = -\pi^2/50$  ilk değerleri çalışılmıştır. Başlangıçta durum vektörü  $\theta(0) = 1$ ,  $\dot{\theta}(0) = 1$  ve  $\ddot{\theta}(0) = 1$  değerlerine sahip olup benzetim aralığı 0.5 msec olarak seçilmiştir.

Şekil 2'de, elde edilen durum izleme hataları, uyarlanabilir parametrelerin zamanla değişimleri ve uygulanan denetim işareti gösterilmektedir. Hata işaretlerinin orijine yakınsaması, uyarlanabilir parametrelerin ilk üçünün sabit değerlere, dördüncüsünün ise durum izlemeyi sürdürecektik değerlere yakınsaması algoritmanın kuramsal iddialarını desteklemektedir. Uygulanan denetim işaretinin kabul edilebilir genlikte seyretmesi ise yaklaşımın bir diğer avantajıdır.



Şekil 2. Benzetim Sonuçları





Şekil 3. Karşılaştırmalı Sonuçlar

Şekil 3 de ise (4) denkleminde verilen hedef denetim işareti uygulansa idi ne olurdu sorusunun cevabı karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. İzleme hatası vektörlerinin her iki durumda aralarındaki farkın normu ( $\|\underline{e}' - \underline{e}^*\|$ ) sıfıra yaklaşmakta, faz uzayında ise takip edilen yörüngeler küçük farklılıklarla ( $G\Delta F - \xi(\text{sgn}(\underline{s}^*) - \text{sgn}(\underline{s}'))$ ) teriminden dolayı) nitel olarak birbirlerine benzemekte, her ikisi de orijine yakınsamaktadır. Böylelikle, önerilen algoritmanın kullanımı sonucunda sistem dinamiğindeki fonksiyonel ifadeler bilinmeksizin de öngörülen rejimin iteratif bir uyarlama süreci sonucunda elde edilebileceği gösterilmiş olmaktadır. Son olarak işlemsel karmaşıklıktan bahsetmekte fayda vardır. Önerilen yaklaşımın her bir denetim periyodu başına maliyeti 72 işlemdir. Bu değer, denetleyici çıkışlarının hesabı ve parametrelerinin güncellenmesi için gerekli işlem sayısıdır. Bu açıdan bakıldığında önerilen algoritma, orta hızlı mikrodenetleyiciler için dahi uygulanabilirlik özelliği sergilemektedir.



## 7. Sonuçlar

Bu çalışmada kayma kipli denetim için yeni bir hata tahmini yöntemi tartişılmaktadır. Sistemin (1) formunda olduğu ve KKD rejiminin erişilebilir olduğu varsayılmaktadır. Ele alınan örnekte kuramsal iddialar görselleştirilmiş, öngörülen erişme rejiminin ve kayma rejiminin ortaya çıkacağı ve durum izleme hatasının orijine yakınsayacağı gösterilmiştir. Algoritmanın islemsel karmaşıklık açısından az işlem gerektirmesi ve KKD yaklaşımı ile gelen denetim sistemi dayanıklılığı tartişılan yöntemin olumlu özellikleridir.

## Kaynaklar

- [1] Efe, M. ., O. Kaynak ve X. Yu, “Sliding Mode Control of a Three Degrees of Freedom Anthropoid Robot by Driving the Controller Parameters to an Equivalent Regime,” *Transactions of the ASME: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Cilt: 122, No.4, Sayfa: 632-640, 2000.
- [2] Hsu, L. ve J. A. Real, “Dual Mode Adaptive Control,” *Proc. of the IFAC'99 World Congress*, Beijing, Cilt: K, Sayfa: 333-337, 1999.
- [3] Hsu, L. ve J. A. Real, “Dual Mode Adaptive Control Using Gaussian Neural Networks,” *Proc. of the 36<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, (CDC), New Orleans, LA, Sayfa: 4032-4037, 1997.
- [4] Kaynak, O., K. Erbatur ve M. Ertuėrul, “The Fusion of Computationally Intelligent Methodologies and Sliding-Mode Control – A Survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Cilt: 48, No.1, Sayfa: 4-17, 2001.
- [5] Parma, G. G., B. R. Menezes ve A. P. Braga, “Sliding Mode Algorithm for Training Multilayer Artificial Neural Networks”, *Electronics Letters*, Cilt: 34, No. 1, Sayfa: 97-98, 1998.
- [6] Roy, R. G. ve N. Olga, “Robust Nonlinear Control via Moving Sliding Surfaces – n-th Order Case,” *Proc. of the 36<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, San Diego, California, U.S.A., Sayfa: 943-948, 1997.
- [7] Sanner, R. M. ve J.-J. E. Slotine, “Gaussian Networks for Direct Adaptive Control”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Cilt: 3, No. 6, Sayfa: 837-863, 1992.
- [8] Sira-Ramirez, H. ve E. Colina-Morles, “A Sliding Mode Strategy for Adaptive Learning in Adalines”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, Cilt: 42, No.12, Sayfa: 1001-1012, 1995.
- [9] Sira-Ramirez, H., E. Colina-Morles ve F. Rivas-Echeverria, “Sliding Mode-Based Adaptive Learning in Dynamical-Filter-Weights Neurons,” *International Journal of Control*, Cilt: 73, No.8, Sayfa: 678-685, 2000.
- [10] Utkin, V. I. 1992: *Sliding modes in control optimization*. Springer Verlag, New York.
- [11] Yılmaz, C. ve Y. Hrmzl, “Eliminating the Reaching Phase from Variable Structure Control,” *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Cilt:122, No.4, Sayfa: 753-757, 2000.
- [12] Yu, X., M. Zhihong ve S. M. M. Rahman, “Adaptive Sliding Mode Approach for Learning in a Feedforward Neural Network”, *Neural Computing & Applications*, Cilt: 7, Sayfa: 289-294, 1998.