

Aerodinamik Akışların Modellenmesinde Döngülü Olan ve Olmayan 7 Yaklaşımın Uygulanması

Mehmet Önder Efe¹, Marco Debiasi², Peng Yan³, Hitay Özbay⁴, Mohammad Samimy⁵

¹Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara
onderefe@etu.edu.tr

^{2,5}Makina Mühendisliği Bölümü
Ohio State Üniversitesi, Columbus, USA
{debiasi.1, samimy.1}@osu.edu

³Seagate Teknoloji Merkezi
Bloomington, USA
yan.39@osu.edu

⁴Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi, Bilkent, Ankara
ozbay@ece.osu.edu

Özetçe

Kavite akışları, gaz davranışının son derece dinamik olması, Navier-Stokes denklem kümesinden gelen kuple olmuş değişkenleri ve türbülans etkisinden dolayı doğrusal olmayan bir davranış sergiler. Uzayda süreklilik ise modelleme çalışmasında takip edilecek yöne etkiyen önemli bir husustur. Bu bildiride yerel gözlemlere dayalı modellerin türetilmesi tartışılmaktadır. Bu amaçla seçilen bir model için 7 farklı algoritma ile parametre araması yapılmış, özetle En Küçük Kareler (EKK), Rekürsif En Küçük Kareler (RKK), Düzenlenmiş Kaczmarz algoritması (DK), Stokastik Yaklaştırma algoritması (SY), Eğim Düşümü (ED), Levenberg-Marquardt optimizasyon tekniği (LM) ve Kayma Kipli denetime dayalı uyarılma algoritması (KK) ele alınmıştır. Sistemi tanılayan basit bir model elde edilmiş ve modelin özellikleri tartışılmıştır.

1. Giriş

Aerodinamik akışların modellenmesindeki temel amaç geribeslemeli denetime zemin teşkil edecek bir betimleyicinin ortaya çıkarılmasıdır. [1]-[5] kaynakları, bu amaca ulaşmak için çeşitli yaklaşımlar olduğunu, hangi yaklaşımın hangi durumda uygun olacağını çalışma koşullarına ve akış geometrisine bağlı olduğunu vurgular. Akış modellemede bir yaklaşım akış fiziğinden faydalanarak alt modellerin geliştirilmesini önerir, [1]-[3]. Transfer fonksiyonu şeklinde düzenlenen bu altmodellerin birleşimi, bazı parametrelerin ince ayarından sonra elde edilen akış sisteminin nümerik sonuçlarıyla eşleşebilmektedir, [4]. Bu yaklaşımın temel dezavantajı ise

sistemin giriş değişkenlerinin açık ve anlaşılır bir şekilde tanımlanamamasıdır. Sıkça kullanılan bir başka yaklaşım ise Uyumlu Ortogonal Ayrışım (UOA) ile sistemin baskın kiplerini elde etmek ve bu kipleri dinamik denklemlerle ifade edilen modellere dönüştürmektir, [5]-[6]. Bu yaklaşımdaki güçlük ise Navier-Stokes denklem kümesinden enstantanelerin alınması dolayısıyla modelin enstantanelerdeki bilgiye çok bağımlılık göstermesidir. Bu bildiride ele alınan sistem için geliştirilen UOA tabanlı bir modelin zamansal değişkenlerinde gözlemlenen kaymalar bu savı doğrular niteliktedir, [7]. Akışların sebep olduğu kavite osilasyonlarının detaylı bir incelemesi ise [8] kaynağında bulunabilir.

Bu bildiri modellemede izlenmesi muhtemel üçüncü seçeneğin detaylarını sunmaktadır. Bu seçenek fiziksel sistemin önemli bilgi taşıdığı düşünülen noktalarından yapılan yerel gözlemlere dayanır. Böyle bir yaklaşım sistemin çevrel bileşenlerinden kaynaklanan kesinsizliklerin de bertaraf edilmesini mümkün kılar. Diğer bir deyişle, süzgeçlerin, eyleyicilerin ve algılayıcıların detaylı modellerinin geliştirilmesi zorunluluğu ortadan kalkar, elde edilen model bu altsistemlerin katkılarını nümerik veriler yoluyla kapalı biçimde ifade eder. Geçmişte bu konuda yazarların yaptığı çalışmalar Yapay Sinir Ağlarına (YSA), [9], ve Bulanık Mantığa (BM) dayalı çıkarsama mekanizmalarının, [10], akış modellemede oldukça iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir. Bu bildiride önerilen model ise YSA ve BM temelli modellerden çok daha basit bir yapıya sahiptir.

Bu bildiri aşağıdaki gibi düzenlenmiştir: İkinci bölümde deneysel düzenek tanıtılmış, üçüncü bölümde deneysel veri-

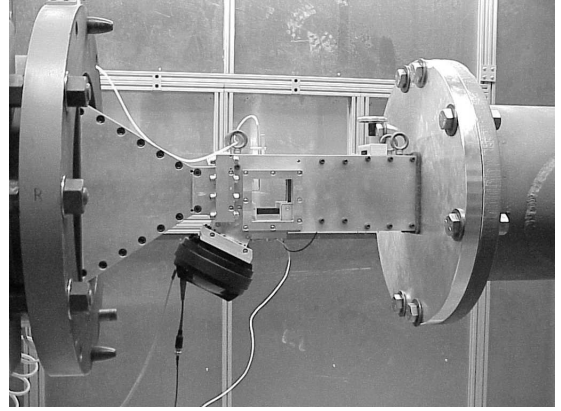
lerin hangi çalışma koşulları altında elde edildiği, dördüncü bölümde çalışılan arama yöntemleri, beşinci bölümde modelleme yöntemlerinin bir karşılaştırması ve son kısımda ise sonuçlar sunulmuştur.

2. Deney Düzenegi

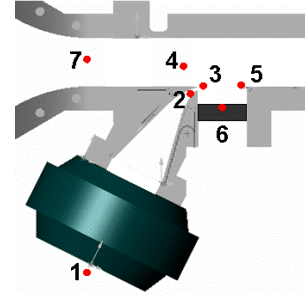
Ele alınan konu, aktif (geribeslemeli) kontrol uygulayarak hava araçlarının yüzey sürtünmesini azaltmak ve böylelikle yakıt tüketimini azaltırken saldırganlığını ve manevra yeteneğini arttırmaktır. Bu sebeple düşünülen ilk yapı dikdörtgenel bir kavite (oyuk) üzerinde önce ses altı akışlar için model geliştirmek ve ardından kontrol sistemi tasarlamak şeklindedir. Probleme deneysel bir çözüm üretilebilmesi için Şekil 1’de gösterilen sistem üretilmiş ve huni biçimli bir arabirim ile istenen Mach sayısındaki akış, hava pompasından test kısmına yönlendirilebilmiştir. Test kısmı, Şekil 2’de yakından gösterilen dikdörtgenel bir kaviteden ibarettir. Gösterilen kavite, $en = 12.7\text{mm}$, $boy = 50.8\text{mm}$ ve en/boy oranı $\frac{1}{4}$ olan bir geometriye sahiptir. Kavite, lazer görüntüleme imkanına elverişli olarak üretilmiş ve her iki tarafından pencerele imal edilmiştir. Bu çalışmada ses altı akışlar ele alınmış, özellikle akışın tek kipli ve çok kipli rezonans arzettiği rejimler de kapsanmış ve geliştirilen model, üretimde yer almayan bir veri kümesi ile doğrulanmıştır.

Hava pompası çalıştırıldığında, akış yönündeki basamak geçilir geçilmez akışta kararsız parçalanmalar (separasyon) başlar. Parçalanmış basınç dalgalarının bir kısmı karşı duvara çarpıp geri döner ve kavite içerisinde oldukça karmaşık ve türbülans içeren bir akış alanının ortaya çıkmasına sebep olur. Bu karmaşık akış alanı istenmeyen basınç dalgaları içerir ki bu dalgalar geometrik düzensizliğin sebep olduğu istenmeyen etkilerdir. Bu dalgaların etkisini bertaraf etmek amacıyla parçalanmanın başladığı, akış yönündeki köşeden kontrol akışı uygulamak suretiyle toplam sonuca etki etmek bu geribeslemeli kontrol için kurgulanan yöntemdir. Verilen şekillerde eyleyici ve eyleyicinin sisteme etki ettiği kontrol girişi basamağın köşe kısmında açıkça görülmektedir. Tüm sistemin genel görünüşü ise Şekil 1’de betimlenmiştir. Hava pompası üzerinden sisteme giren akışkan (hava), sistemi ucu açık bir akış yolu ile terk etmektedir. Kontrol mühendisliği açısından bakıldığında, temel meselelerden birisi sistemden veri okumaktır. Bu sebeple Şekil 2’de gösterildiği gibi kavite içerisine Kulite dinamik basınç transdüserleri yerleştirilmiştir. Kontrol çevrimini kapatabilmek için yüksek hızlı bir bilgisayar, güç yükseltici, bant geçiren filtreler ve DSP kartı içeren kontrol bilgisayarı döngüsel bir biçimde bağlanmışlardır. Deney düzenegi Dell Precision Workstation 650 model bir kontrol bilgisayarı üzerinde dSpace 1103 DSP kartı çalıştırmakta, 8 kanaldan eşzamanlı olarak 50kHz örnekleme frekansında veri okumaya olanak tanımaktadır. Kontrol sinyali (eyleyici çıkışı) Selenyum D3300Ti sıkıştırma sürücüsünün titanyum diyaframının hareketi ile elde edilmekte, eyleyici girişindeki elektriksel sinyal Crown D-150A güç yükseltici ile kuvvetlendirilmektedir. Kullanılan eyleyici belli bir frekans bandında çalışabildiği için güç yükselticiden önce bir bant geçiren bir filtre kullanılmıştır. Filtre 100Hz-10kHz bandındaki sinyalleri seçmekte, bu bandın dışında kalan bileşenleri ise söndürmektedir. Geliştirilen deney düzenegi ile ilgili detaylı

bilgi [11]-[12] kaynaklarından da edinilebilir.



Şekil 1: Akış denetimi sisteminin genel görünüşü



Şekil 2: Test kısmındaki basınç algılayıcılarının yerleşimi

Burada ele alınan kavite akışının Mach sayısının 0.25-0.31 ve 0.39-0.5 olduğu aralıklarda tek kipli güçlü bir rezonans, 0.32-0.38 olduğu aralıkta ise çok kipli rezonans arzettiği [12] kaynağında gözlemlenmiş, ve aynı kaynak sentetik jet tipinde eyleyici kullanarak sinüzoidal sinyallerle uyarılan akış alanının uyarı sinyalinin frekansından daha çok etkilendiğini, genliğin ise görece daha az etkiye sahip olup sadece yüksek Mach sayılarında etkin olduğunu göstermiştir. Bir sonraki bölümde, bu özelliklere sahip deney düzeneginden hangi koşullar altında verilerin toplandığı anlatılacaktır.

3. Deneysel Verilerin Toplanması

Şekil 2’den de görülebileceği üzere, akış alanından Sayısal Sinyal İşleme ünitesi ile eşzamanlı biçimde veri okunabilmektedir. Basınç algılayıcıları öyle yerleştirilmiştir ki modellemeye önemli bilgi içerebilecek noktalar seçilmiş ve bu noktalar numaralandırılmıştır. Buna göre

- S_1 algılayıcısı Volt olarak kontrol bilgisayarında üretilen eyleyici sinyali değerini,

- S_2 algılayıcısı $u(t)$ ile gösterilen ve eyleyici çıkışının hemen öncesinde oluşan basınç sinyalini,
- S_3 algılayıcısı $v(t)$ ile gösterilen, eyleyici çıkışının hemen sonrasındaki basınç sinyalini,
- S_4 algılayıcısı kavite test kısmı öncesindeki basınç dalgalanmalarını,
- S_5 algılayıcısı $w(t)$ ile gösterilen ve akıntıya karşı duvar köşesinde oluşan basınç dalgalanmalarını,
- S_6 algılayıcısı ise $d(t)$ ile gösterilen ve Kavite test kısmı tabanı merkezinde ölçülen basınç dalgalanmalarını okur.

Bu çalışmada kullanılmamasına rağmen S_7 ise zemin akışı hakkında bilgi almak maksadıyla yerleştirilmiştir. Bu tanımlara göre veri toplama maksadıyla yapılan ilk deney grubunda sistem rastgele üretilmiş gürültü sinyaliyle uyarılmış, sinyal genliğinin tepe değeri eyleyiciyi doyuma götürmeyecek şekilde seçilmiştir. Buna ek olarak uyarma sinyali sentetik eyleyicinin çalışma koşulları içerisinde kalabilmek için 200Hz-10kHz aralığını kapsayacak şekilde bant geçiren tipinde önsüzme işlemine tabi tutulmuş ve Mach sayısı (M) olarak 0.25, 0.28, 0.30, 0.32 ve 0.35 rejimlerinde veri toplanmıştır.

Deney grubunun ikinci kısmında ise aynı Mach sayılarında açık çevrimde sinüzoidal uyarılara karşı sistem cevapları kaydedilmiştir. Buna göre 2.35 Volt etkin değerine 3250 Hz frekansına sahip bir sinüzoidal sinyal ve 4.06 Volt etkin değerine 3920 Hz frekansına sahip bir başka sinüzoidal sinyal, bahsi geçen her Mach sayısı için sisteme uyarı olarak uygulanmış ve veri toplama işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu genlik ve frekans değerleri ise sistem üzerinde yapılan çalışmalar sonucunda belirlenmiştir.

Yukarıda anlatılan şekilde oluşturulan bir eğitim verileri kümesi açıktır ki sistemin değişik koşullar altında nasıl davrandığına dair önemli bilgiler içerir. Deneysel veriler, seçilen tüm çalışma koşulları için $f_s = 50$ kHz örnekleme frekansında (veya $T_s = 1/f_s = 20\mu s$ örnekleme periyoduyla) toplanmış ve 10kHz üzerindeki bilgi süzülerek bastırılmıştır. Bunun sebebi ise ele alınan sistemin 10kHz değeri üzerinde önemli bilgiler içermemesidir.

Mach sayısının 0.25, uyarı sinyalinin etkin değerinin 2.35V ve uyarı frekansının ise 3250 Hz olduğu durum bilinçli olarak modelleme aşamasında kullanılmamış, bu veri grubu her bir algoritma ile elde edilen modelin başarımının kıyaslanması maksadıyla deney grubu verisi olarak kullanılmıştır.

Bir sonraki bölümde, en iyi $\hat{\theta}$ değerini elde etmek amacıyla bazı yöntemler tanıtılacak ve verilerin ve veri işleme yordamlarının ayrık zamanda olması dolayısıyla $d(t)$ ve $y(t)$ değişkenlerinin yerine $t = kT_s$ olacak şekilde sırasıyla d_k ve y_k ifadeleri kullanılacaktır.

4. Modelleme Stratejileri

Bu çalışmada ele alınan sistemin doğrusal olmadığı bilinen bir gerçektir. Sistemden elde edilen gözlemlere göre bir adım ileri tahmin yürütecek bir modelin oluşturulabilmesi için deneysel verileri üreten sistemin doğrusal bir sistem olduğu varsayımı altında, bu model için tahmin edici sistem (1) denkleminde verilen yapıya sahip olacaktır.

$$\hat{y}_{k+1} = R_k^T \hat{\theta}_k \quad (1)$$

burada

$$\hat{\theta}_k = (a \ b_1 \ b_2 \ c_1 \ c_2 \ f_1 \ f_2 \ g)^T \quad (2a)$$

$$R_k = (u_k \ y_k \ y_{k-1} \ v_k \ v_{k-1} \ w_k \ w_{k-1} \ M)^T. \quad (2b)$$

Yukarıdaki modelde $\hat{\theta}_k$ en iyi değeri aranan parametre vektörünü, R_k ayrık k anındaki regresörü ve M ise Mach sayısını gösterir.

Modelleme çalışmasının amacı, bir maliyet fonksiyonunu enküçükleyen ya da bir başarımlı fonksiyonunu enbüyükleyen $\hat{\theta}$ değerini bulmaktır. Bu arama esnasında $d(t)$ ve $y(t)$ ile gösterilen ve sırasıyla kavite zemininde okunan basınç değeri ve bu değere karşı düşen model cevabı kullanılacak, yöntemler ayrık zamanda ele alınacaktır. Yani bir adım ileri tahmin için $d_k = y_{k+1}$ kabul edilecek ve $d_k - \hat{y}_{k+1}$ ile verilen hata ölçütünün en küçük değeri aranacaktır. Burada \hat{y}_{k+1} değışkeni, d_k için modelin üreteceği cevap olacaktır.

4.1. En Küçük Kareler Yöntemi (EKK)

d_k ile gösterilen zemin basıncı ölçümlerinin N ardışık değerini (1) ile gösterilen bir model ile eşleştirmek maksadıyla $d_k = y_{k+1}$ eşitliğini kullanarak modelin \hat{y}_{k+1} ile gösterilen bir sonraki ayrık andaki cevabının, ölçülen basınç değeri (d_k) olmasını istiyoruz. Buna göre, N ardışık gözlem matris halinde aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{N+1} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} R_1^T \\ R_2^T \\ \vdots \\ R_N^T \end{pmatrix} \hat{\theta} = \begin{pmatrix} \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \\ \vdots \\ \hat{y}_{N+1} \end{pmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbb{Y} = \Phi \hat{\theta} \quad (3b)$$

$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (d_k - R_k^T \hat{\theta})^2$ ile verilen maliyet fonksiyonunu enküçükleyen $\hat{\theta}$ değeri

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbb{Y} \\ &= P_N \Phi^T \mathbb{Y}. \end{aligned} \quad (4)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. EKK yöntemi verilen bir veri kümesinin tamamı üzerinde çalışmakta ve dögüsel bir işleme girmeksizin tek adımda $\hat{\theta}$ değerini vermektedir, bu sebepten dolayı yöntem iteratif değildir ve k indisi kullanmaya gerek kalmamıştır.

4.2. Rekürsif En Küçük Kareler Yöntemi (RKK)

Gerçek zamanda veriler kesintisiz biçimde okunduğu için tüm verilerin EKK yöntemindeki gibi biraraya getirilmesi her zaman sağlıklı sonuçlar veremez. Bunun yerine, işlem zamanından ve modellenmeye çalışılan süreçte meydana gelmesi muhtemel değışiklikleri de hesaba katabilmek maksadıyla EKK yöntemi rekürsif (dögüsel) hale getirilmiş, en iyi parametre değeri zamanla gelişim gösteren büyüklüklere ($\hat{\theta}_k$) dönüştürülmüştür. RKK yönteminin işleyişini betimleyen denklem kümesi aşağıda verilmiştir.

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_{k-1} \right) \quad (5a)$$

$$K_k = P_{k-1} R_k \left(I + R_k^T P_{k-1} R_k \right)^{-1} \quad (5b)$$

$$P_k = \left(I - K_k R_k^T \right) P_{k-1} \quad (5c)$$

Burada $P_{t_0} = (\Phi^T \Phi)^{-1}$ değeri başlangıçta toplanmış bir veri kümesi için bir defaya mahsus hesaplanır ve parametre güncelleme döngüsü rekürsif olarak (döngülü) her k anında parametre vektörünü günceller, bu işlem esnasında K_k ile gösterilen bir ağırlık parametresi üretilir ve $d_k - R_k^T \hat{\theta}_{k-1}$ ile gösterilen bir düzeltme terimi hesaplanır, [13].

4.3. Düzenlenmiş Kaczmarz Algoritması (DK)

Normalleştirilmiş izdüşüm algoritması olarak da bilinen DK algoritması, iyi bir $\hat{\theta}_k$ vektörü elde etmek için döngüsel olarak da gerçekleştirilebilir. Güncelleme kuralı aşağıda verilmiştir.

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \frac{\gamma R_k}{\alpha + R_k^T R_k} \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \right) \quad (6)$$

burada $\alpha \geq 0$ ve $0 < \gamma < 2$ koşulları sağlanmalıdır, [13]. Bu çalışmada ise, $\alpha = 1$ ve $\gamma = 0.25$ değerleri seçilmiştir. Bu bölümün sonunda, algoritmanın nasıl uygulandığını temsil olarak gösteren bir sahte kod da verilmiştir.

4.4. Stokastik Yaklaşırma Algoritması (SY)

Stokastik Yaklaşırma algoritması, verilerin (1) ile verilen bir modelden üretildiği durumlarda başarılı sonuçlar üretmesi ile bilinir. Bu yöntemde parametre güncelleme kuralı aşağıda verilmiştir.

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + P_k \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \right) \quad (7)$$

Burada $P_k = \left(\sum_{i=1}^k R_i^T R_i \right)^{-1}$ 'dir. Açıkça görülmektedir ki k arttıkça P_k azalır ve öğrenme adım büyüklüğü küçülür. Bu ise büyük k değerleri için yapılan gözlemlerin $\hat{\theta}_k$ vektörü üzerindeki etkisini (değiştirebilme gücünü) azaltır. Bu olumsuzluğu bertaraf etmek için parametre güncelleme algoritması bu çalışmada bir döngü içerisine alınmış ve önceden belirlenmiş bir sayıda olmak üzere tüm örnekler üzerinden gerçekleşen bir ileri sürüm ve güncelleme kuralı ardışık olarak tekrarlanmıştır. Böylelikle $J_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \right)^2$ ile verilen bir hata ölçütü i arttıkça azaltılabilmüş ve büyük k değerlerindeki örnekler bir döngü içerisinde çok defa işlenmek suretiyle toplamsal etkileri artırılmıştır.

4.5. Eğim Düşümü Algoritması (ED)

Hata geriye yayma olarak da bilinen ED algoritması YSA alanında oldukça yaygın kullanılan bir güncelleme kuralıdır. ED algoritması aşağıdaki gibi bir maliyet fonksiyonunun her bir örnek üzerinden enküçüklenmesi maksadıyla (8) denklemde verildiği üzere gradyanın tersi yönünde adım atılması gerektiğini söyler;

$$\begin{aligned} J_k &= \frac{1}{2} e_k^2 \\ &= \frac{1}{2} (d_k - y_{k+1})^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k+1} &= \hat{\theta}_k - \eta \frac{\partial J_k}{\partial \hat{\theta}_k} \\ &= \hat{\theta}_k + \eta e_k R_k, \end{aligned} \quad (8)$$

burada $0 < \eta < 1$ olmalıdır. Yakınsamayı hızlandırmak için güncelleme kuralı aşağıdaki gibi değiştirilebilir

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \eta_i e_k R_k + \mu \left(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1} \right) \quad (9a)$$

$$\eta_{i+1} = \begin{cases} \eta_i + \Delta & E_i < E_{i-1} \\ \eta_i \zeta & E_i > E_{i-1} \end{cases} \quad (9b)$$

Yukarıda (11a) ile yapılan parametre güncelleme işlemi $k = 1, 2, \dots, N$ için tamamlandı her bir örnekte karşılaşılan karesel hataların toplam değeri hesaplanır ve i . ileri sürüm için $E_i = \sum_{k=1}^N J_k$ şeklinde tanımlanır. Adım büyüklüğünün güncellenmesi ise bu büyüklüğün artması ya da azalmasını dikkate alarak (11b) denklemdeki gibi yapılır. Bu çalışmada $\Delta = 0$ ve $\zeta = 0.99$ değerleri seçilmiştir. ED algoritmasının temel dejavantajı yakınsamanın çok yavaş gerçekleşmesidir, [14].

4.6. Levenberg-Marquardt Algoritması (LM)

Levenberg-Marquardt tekniği, ED yöntemiyle Newton yöntemi arasında bir denge algoritmasıdır. LM parametre güncelleme kuralı (10) denklemde verilmiştir.

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \left(\mu_i I + R_k R_k^T \right)^{-1} R_k e_k \quad (10a)$$

$$\mu_{i+1} = \begin{cases} \mu_i \Delta & E_i < E_{i-1} \\ \mu_i \zeta & E_i > E_{i-1} \end{cases} \quad (10b)$$

Bir önceki altbölümde anlatılan şekilde hesaplanan E_i değerine göre μ_i değeri güncellenir. Eğer μ_i büyükse algoritma ED yöntemine, küçük ise Newton yöntemine benzeyen adımlar atar. ED algoritmasına kıyasla LM algoritması çok daha etkin güncelleme adımları belirler ancak bunun getirdiği külfet her adımda matris tersi hesaplamak şeklindedir. Bu çalışmada $\Delta = 1.05$, $\zeta = 0.9$ ve $\mu_0 = 1000$ değerleri seçilmiştir.

4.7. Kayma Kipli Denetime Dayalı Uyarlama Algoritması (KK)

Bu çalışmada ele alınan son yöntem ise Sira-Ramirez tarafından önerilen bir yaklaşımdır ve hata değerinin işaretini kullanır, [15]. Güncelleme kuralının orijinal hali (11) denklemde verilmiştir.

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \eta \frac{R_k}{R_k^T R_k} \text{sgn} \left(d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \right) \quad (11)$$

yukarıda η değeri güncelleme kuralının tasarımcıya bağlı parametresini teşkil eder. Kayma kipli denetimcilerde görülen ve $d_k - R_k^T \hat{\theta}_k \approx 0$ iken ortaya çıkan çatırdama olayı $\hat{\theta}_k$ vektörüne gereksiz ölçüde büyük değişimler verebilir ve bu istenmeyen bir durumdur. Bunu bertaraf edebilmek için $\delta > 0$ olmak kaydıyla $\text{sgn}(x) \approx \frac{x}{|x|+\delta}$ düzenlemesi yapılır. Bu çalışmada $\delta = 1e-2$ ve $\eta = 1e-4$ değerleri kullanılmıştır.

% Uygulanan algoritmalar için bir sahte kod

Döngü $i = 1, \dots, 2000$

$E_i \leftarrow 0$

Döngü $k = 1, \dots, N$

$e_k = d_k - R_k^T \hat{\theta}_k$

Koş DK için (6)

Koş SY için (7)

Koş ED için (9a)

Koş LM için (10a)

Koş KK için (11)

$E_i \leftarrow E_i + e_k^2$

Son

Koş ED için (9b), LM için (10b)

Son

5. Arama Stratejilerinin Karşılaştırılması

Tartışılan yöntemlerin başarılarını karşılaştırmak için tanımlayacağımız ilk büyüklük görece hata değeridir ve aşağıdaki ifade ile verilir

$$e_{\text{rel}} := \frac{\frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} |d_k - \hat{y}_{k+1}|^2}{\frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} |d_k|^2} \times 100 \%, \quad (12)$$

burada $d_k = y_{k+1}$ ve \hat{y}_{k+1} sırasıyla kavite zemin basıncının ölçülen ve model tarafından tahmin edilen değerleridir. N_f ise deneyin sonlandırıldığı ayrıntı zaman değeridir. Dikkat edilmelidir ki $\frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} |d_k - \hat{y}_{k+1}|^2$ ifadesi ortalama karesel hataya denk düşer. Diğer bir ölçüt ise Δ_p ile göstereceğimiz ve

$$\Delta_p := \|\mathcal{F}\{d\} - \mathcal{F}\{y\}\|_{\infty}$$

ile tanımlanan hata sinyalinin Fourier dönüşümü grafiğindeki tepe değeridir. Burada \mathcal{F} sembolü, Fourier dönüşümünü simgeler. Diğer ölçütler ise Karesel Toplam Hata (KTH) ve $\mathcal{D}(z) = 1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}$ polinomunun köklerinin değeridir. Dikkat edilmelidir ki kusursuz bir modelin elde edildiği durumda, yani $\hat{y}_{k+1} = d_k = y_{k+1}$ olduğu durumda (1) denkleminin z -dönüşümünde otoregresif kısma denk düşen polinom $\mathcal{D}(z)$ olacaktır. Buna göre, deney grubu verileri ile elde edilen sonuçlar Tablo 1'de özetlenmiştir.

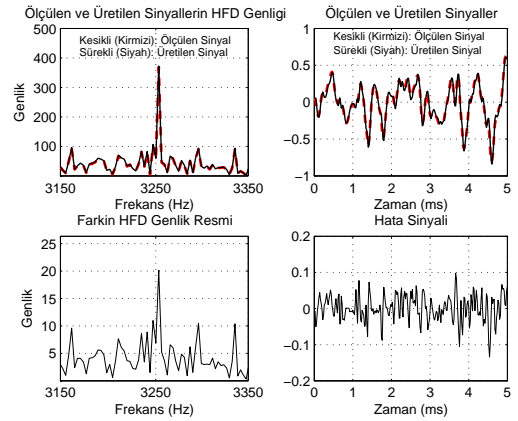
Tablo 1'de görünen değerlere bakılırsa $\mathcal{D}(z)$ polinomunun köklerinin tüm algoritmalar için $0.8 \pm j0.23$ civarında değerlere yakınsaması yaklaşımların ürettiği sonuçların tutarlılığı üzerinde güçlü bir kanıt teşkil eder. e_{rel} ile gösterilen görece hata değerlerinin hemen hemen tüm yöntemlerde küçük değerler arzemesine rağmen Δ_p değerlerinde değişke oldukça yüksektir. Buna göre en kötü Δ_p sonucu ED algoritması ile, en iyi sonuç ise KK algoritması ile elde edilmiştir. Bu yöntemlere işlemsel karmaşıklık açısından bakılırsa idi dikkate alınması gereken ilk parametre matris tersi hesabının gerekliliği

Tablo 1: Karşılaştırma Ölçütleri ve Sayısal Değerler

	$e_{\text{rel}}\%$	Δ_p	$\mathcal{D}(z)$ 'nin kökleri	KTH $\times 1e+3$
EKK	2.79	56.025	$0.884 \pm j0.264$	n/a
RKK	2.80	53.585	$0.841 \pm j0.268$	n/a
DK	3.03	116.97	$0.785 \pm j0.207$	n/a
SY	2.76	76.446	$0.848 \pm j0.234$	8.22
ED	3.52	245.397	$0.766 \pm j0.203$	8.77
LM	2.84	71.757	$0.822 \pm j0.250$	8.19
KK	2.70	20.163	$0.862 \pm j0.237$	8.25

olurdu. EKK algoritmasının döngüsel olmaması dolayısıyla bu karşılaştırmaya katılmayacağı da gözönüne alınırsa RKK ve LM algoritmaları bu bildiride dikkate alınan yöntemler arasında karmaşıklığı diğerlerine nazaran yüksek denebilecek algoritmalar olurdu. Yakınsaklık açısından bakılırsa, SY, ED, LM ve KK algoritmaları hemen hemen aynı KTH düzeyine erişmekte, en küçük değeri ise LM algoritması üretmektedir. Bu sonuçlara göre, karşı düşen Δ_p ve e_{rel} değerlerinin küçüklüğü ve basitliği gözönüne alınırsa KK algoritması diğerleri arasında en iyi yöntem olarak kabul edilebilir. Aynı ölçütlere göre RKK ise ikinci sırada yer alacaktır.

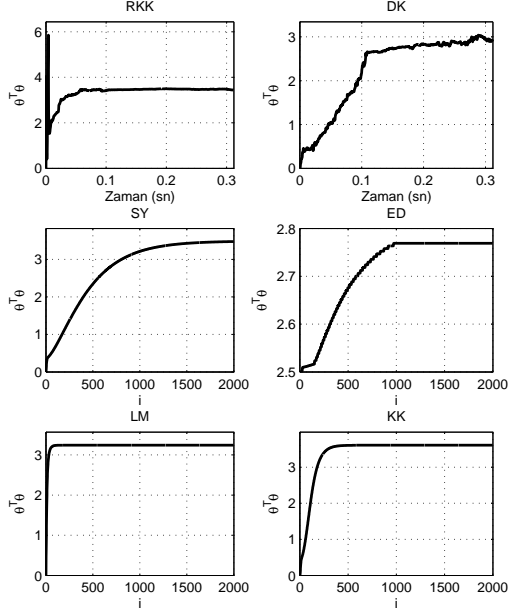
Şekil 3'de KK algoritması kullanılarak elde edilen bazı sonuçlar gösterilmektedir. Sol sütündeki altgrafiklerde frekans domenindeki sonuçlar gösterilmiş, özellikle baskın tepe civarında eşleşmenin çok iyi olduğu görülmüş, farkın Hızlı Fourier Dönüşümü (HFD) genliğine bakıldığında faz uyumunun da kabul edilebilir ölçüde iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Aynı şeklin sağ altgrafiklerinde ise bu sonuçları veren zaman domeni sinyalleri çizdirilmiş ve burada da eşleşmenin tatmin edici nitelikte iyi olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 3: KKD yöntemiyle elde edilen sonuçlara göre 5ms'lik bir zaman diliminde ve spektrumun baskın tepesi de kapsayan sınırlı bir kısımda geliştirilen modelin başarımı.

Yukarıda ele alınan büyüklüklerin yanı sıra $\hat{\theta}^T \hat{\theta}$ değerinin zamanla nasıl değiştiğini izlemek de her bir algoritmanın yakınsaklık özelliklerini ortaya koyacaktır. Şekil 4'te bu değer her bir yöntem için çizdirilmiştir. RKK ve DK algoritmaları küme hatası yerine örnek hatası üzerinden çalışmaları dolayısıyla bu yöntemlerde yatay eksen zaman ile, SY, ED,

LM ve KK yöntemlerinde ise yatay eksen i ayrık değeri ile isimlendirilmiş ve i değeri 1 den 2000'e kadar sayarak bir döngü oluşturulmuştur. Döngü son değeri, seçimi tamamıyla tasarımcıya kalmış bir parametredir, bu çalışmada 2000 sayısı değerlerin yakınsaklık özelliklerini görebilmek amacıyla uygun bulunmuştur.

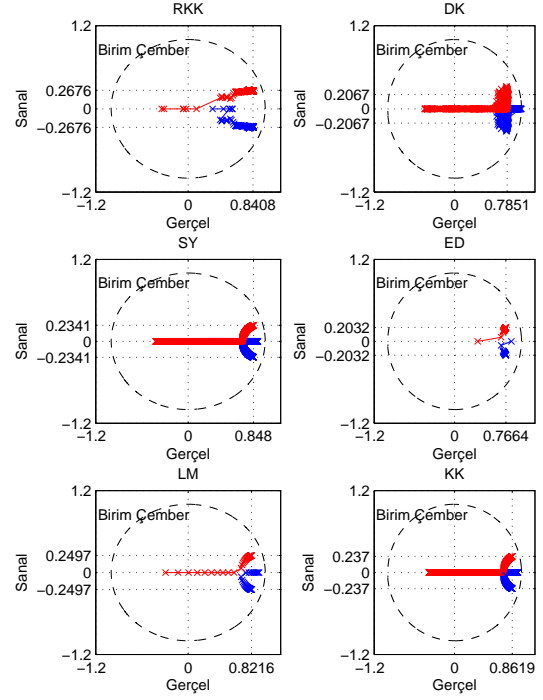


Şekil 4: Ayrık zaman anlarında $\hat{\theta}^T \hat{\theta}$ değerinin gelişimi.

Şekil 4'te gösterilen sonuçlara göre $\hat{\theta}^T \hat{\theta}$ değeri SY, ED, LM ve KK algoritmaları için ani değişimler içermeyen bir gelişim gösterir. Bu yaklaşımlar içerisinde ise LM algoritması en hızlı yakınsamakta ve en düşük KTH değeri vermektedir. Yine de Δ_p değerine göre en iyi sonucu KK algoritmasının ürettiği gözden kaçırılmamalıdır. KK algoritması için parametrelerin son değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Şekil 5'te, $\mathcal{D}(z)$ polinomunun köklerinin zamana göre gelişimi EKK dışındaki her algoritma için gösterilmiştir. İlk bakışta DK algoritması ile yapılan parametre güncelleme esnasında polinom köklerinin sıkça sıçradığı ve ilgili altgrafikten son değer seçilebilir olmadığı görülmektedir. Polinom köklerinde nispeten daha küçük salınımlar gösteren diğer algoritma ise RKK'dir. Kalan dört algoritmaya bakıldığında ise en büyük ilk adımı atan algoritmanın ED olduğu ancak bu algoritma ile yakınsamanın çok uzun sürdüğü ve baskın tepenin iyi yakalanamadığı gözlemlenmiştir. LM ise diğer algoritmalara nazaran daha hızlı yakınsamaktadır. SY ve KK yaklaşımları ise karakteristik bir özellik göstermemekle birlikte tutarlı bir parametre gelişimi seğilemektedirler.

Mach sayısının dinamik modele bir girdi şeklinde katılması ise bu çalışmanın önemli katkılarından biridir. Açık ki böyle bir model, türetiminde izlenen yöntemden dolayı, $M=0.25$ ile $M=0.35$ aralığındaki Mach sayılarında geçerliliğini koruyacaktır.



Şekil 5: Kompleks düzlemde $\mathcal{H}_i(z)$ ile gösterilen transfer fonksiyonlarının kutuplarının hareketi.

Bu kısımda sorulması gereken son soru ise "η, μ, γ ve α gibi tasarımcının seçimine kalmış parametrelerin değerlerinde değişikliklere giderek kötü sonuç vermiş bir yöntemin başarımı artırılabilir mi?" sorusudur. Birçok deneme sonucunda bu parametrelerin en iyi sonucu veren değerleri seçilmiş ve bu bildiriye bu değerler sunulmuştur, bu nedenle sorunun cevabı, yapılan deneylerin tutarlılığı oranında olumsuz olacaktır.

6. Sonuçlar

Bu çalışmada aerodinamik akışların modellenmesinde 7 farklı arama algoritması üzerinde durulmuştur. Akışın karakteristik özellikler arzettiği noktalardan basınç okumaları yapılmış, ve mümkün olduğunca zengin içerikli uyarı sinyalleri ile veri toplama işlemi yapılmıştır. Görelî hata ve tepe farkı

Tablo 2: KK Yöntemi için Değişkenlerin Yakınsadığı Değerler

Parameter	Value
a	0.0245
b_1	1.7238
b_2	-0.7990
c_1	-0.0234
c_2	1.0843e-3
f_1	4.8068e-3
f_2	-38.5801e-3
g	-4.6581e-3

büyüklikleri tanımlanmış, bu değerlere göre KK algoritması umut verici bulunmuştur. Dikkate alınan tüm yaklaşımlarda $\mathcal{D}(z)$ polinomunun kökleri birim çember içerisinde kalmış ve bu da çalışılan modelleme algoritmalarının ve elimizdeki mümerik verilerin tutarlılığı olarak değerlendirilmiştir. Algoritmalar içerisinde döngülü olanların yakınsama özellikleri $\hat{\theta}^T \hat{\theta}$ büyüklüğünün değişimine göre değerlendirilmiş, bu anlamda LM ve SM algoritmalarının başarımları tatminkar bulunmuştur.

Özetle, Δ_p ve e_{rel} değerleri ana, diğer ölçütler ise tali seçim ölçütleridir ve buna göre en iyi sonuçları veren yöntemler sırasıyla KK ve RKK olmuştur.

7. Teşekkür

Bu çalışma kısmen TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Fonu tarafından (Kontrat No ETÜ-BAP-2006/04), kısmen AFRL/VA ve AFOSR (Kontrat No F33615-01-2-3154) tarafından ve kısmen Avrupa Komisyonu (Kontrat No MIRG-CT-2004-006666) tarafından desteklenmiştir.

8. Kaynakça

- [1] D.R. Williams, C.W. Rowley, T. Colonius, R.M. Murray, D.G. MacMartin, D. Fabris, J. Albertson, "Model Based Control of Cavity Oscillations Part I: Experiments," 40th Aerospace Sciences Meeting (AIAA 2002-0971), Reno, NV, 2002.
- [2] C.W. Rowley, D.R. Williams, T. Colonius, R.M. Murray, D.G. MacMartin, D. Fabris, "Model Based Control of Cavity Oscillations Part II: System Identification and Analysis," 40th Aerospace Sciences Meeting (AIAA 2002-0972), Reno, NV, 2002.
- [3] C.W. Rowley, T. Colonius, R.M. Murray, "Dynamical Models for Control of Cavity Oscillations," 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. (AIAA 2001-2126), May 28-30, Maastricht, The Netherlands, 2001.
- [4] X. Yuan, M.Ö. Efe, H. Özbay, "On Delay-Based Linear Models and Robust Control of Cavity Flows," in Advances in Time Delay Systems, LNCSE Vol. 38, pp.287-298, Springer-Verlag.
- [5] C.W. Rowley, T. Colonius, R.M. Murray, "Model Reduction for Compressible Flows, Using POD and Galerkin Projection" *Physica D*, v.189, pp.115-129, 2004.
- [6] X. Yuan, E. Caraballo, P. Yan, H. Özbay, A. Serrani, J. DeBonis, J.H. Myatt, M. Samimy, "Reduced Order Model Based Feedback Controller Design for subsonic Cavity Flows," AIAA Aerospace Science Meeting, Jan. 10-13, Reno, NV, 2005.
- [7] E. Caraballo, J. Malone, M. Samimy, J. DeBonis, "A Study of Subsonic Cavity Flows: Low Dimensional Modeling," AIAA Paper 2004-2124, June 2004.
- [8] L. Cattafesta, D. Williams, C.W. Rowley, F. Alvi, "Review of Active Control of Flow-Induced Cavity Resonance," 33rd AIAA Fluid Dynamics Conference, June 23-26, 2003 Orlando, FL, AIAA2003-3567, 2003.
- [9] M.Ö. Efe, M. Debiasi, P. Yan, H. Özbay, M. Samimy, "Control of Subsonic Cavity Flows by Neural Networks - Analytical Models and Experimental Validation," 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 10-13, 2005, Reno, NV, AIAA2005-0294, 2005.
- [10] M.Ö. Efe, M. Debiasi, P. Yan, H. Özbay, M. Samimy, "A Generalizing Fuzzy Model for Shallow Cavity Flows Under Different Mach Regimes," 2005 IEEE Conf. on Control Applications (CCA'2005), August 28-31, Toronto, Canada, pp.67-72, 2005.
- [11] M. Debiasi, M. Samimy, "An Experimental Study of the Cavity Flow for Closed-Loop Flow Control," AIAA Paper No: 2003-4003, June 2003.
- [12] M. Debiasi, M. Samimy, "Logic-Based Active Control of Subsonic Cavity Flow Resonance," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 9, pp. 1901-1909, September 2004.
- [13] K.J. Åström, B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison Wesley, 1995.
- [14] S. Haykin, *Neural Networks*, Macmillan College Printing Company, New Jersey, 1994.
- [15] H. Sira-Ramirez, E. Colina-Morles, "A Sliding Mode Strategy for Adaptive Learning in Adalines," *IEEE Trans. on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, v.42, no.12, pp.1001-1012, 1995.